

Aula 05

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

30 de Maio de 2024



Índice

1) Princípio da Casa dos Pombos	3
2) Princípio da Casa dos Pombos Tradicional	5
3) Princípio da Casa dos Pombos Generalizado	8
4) Outros Casos de Aplicação do Princípio	13
5) Questões Comentadas - Princípio da Casa dos Pombos Generalizado - Vunesp	18
6) Questões Comentadas - Outros Casos de Aplicação do Princípio - Vunesp	19
7) Questões Comentadas - Princípio da Casa dos Pombos Generalizado - Multibancas	24
8) Questões Comentadas - Outros Casos de Aplicação do Princípio - Multibancas	48
9) Lista de Questões - Princípio da Casa dos Pombos Generalizado - Vunesp	103
10) Lista de Questões - Outros Casos de Aplicação do Princípio - Vunesp	105
11) Lista de Questões - Princípio da Casa dos Pombos Generalizado - Multibancas	108
12) Lista de Questões - Outros Casos de Aplicação do Princípio - Multibancas	119



APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

A aula de hoje será sobre o **Princípio da Casa dos Pombos**, também conhecido como **Princípio das Gavetas de Dirichlet**.

Trata-se de um conceito teórico relativamente simples, cuja **complexidade** se apresenta mais na **resolução das questões**. Por esse motivo, a teoria será relativamente curta, de modo que será dada maior ênfase à resolução de exercícios.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.



@edu.mocellin



PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

Princípio da Casa dos Pombos

Princípio da Casa dos Pombos tradicional

Se tivermos n pombos para serem distribuídos em $n-1$ casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo 2 pombos.

Princípio da Casa dos Pombos generalizado

Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.

Obs.: $\lceil n/k \rceil$ representa o arredondamento para o primeiro inteiro maior do que n/k .

Outros casos de aplicação do princípio

Nem sempre questões relacionadas ao **Princípio da Casa dos Pombos** ou **Princípio do Azarado** se apresentam nos formatos clássicos. Para essas questões, devemos sempre testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".



Princípio da Casa dos Pombos tradicional

O **Princípio da Casa dos Pombos** em sua forma tradicional é relativamente intuitivo. Para entendê-lo, veja a seguinte situação:

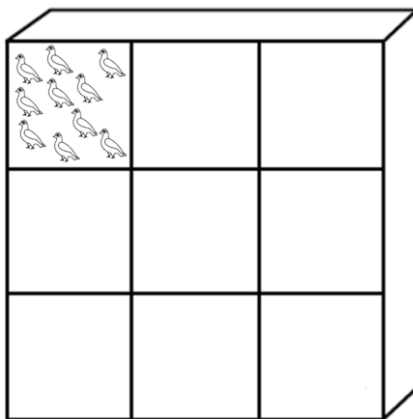
Temos **10 pombos** e devemos abrigar todos eles em **9 gaiolas (ou casas)**. A conclusão que se pode tirar é:

Pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo 2 pombos.

Vamos ver com calma como podemos chegar nessa conclusão.

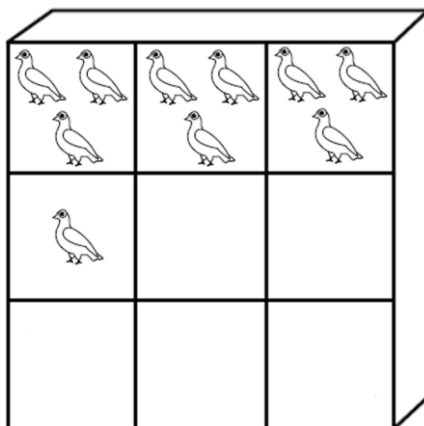
Inicialmente, veja que uma possibilidade de abrigar os 10 pombos em 9 casas seria colocar todos em uma única casa. Ficaríamos, nesse caso, com 8 casas vazias e com uma casa abrigando todos os 10 pombos. Veja que nesse caso específico é verdade que:

Pelo menos uma casa abriga no mínimo 2 pombos.

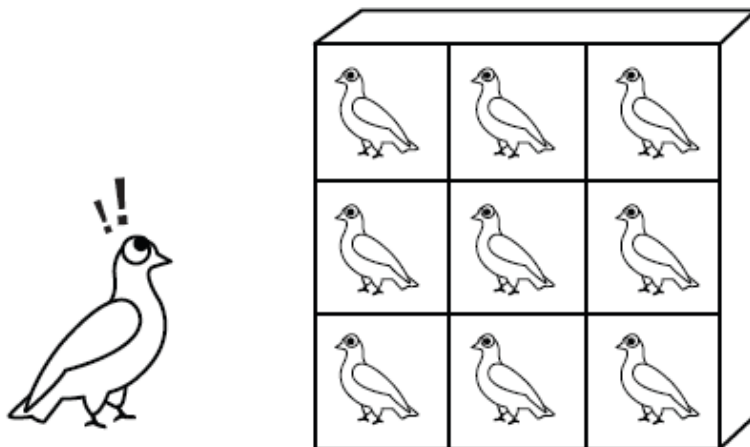


Outra possibilidade de abrigar os 10 pombos em 9 casas seria colocar três pombos em três casas, um pombo em uma casa e deixar as outras 5 casas vazias. Veja que nesse caso específico também é verdade que:

Pelo menos uma casa abriga no mínimo 2 pombos.

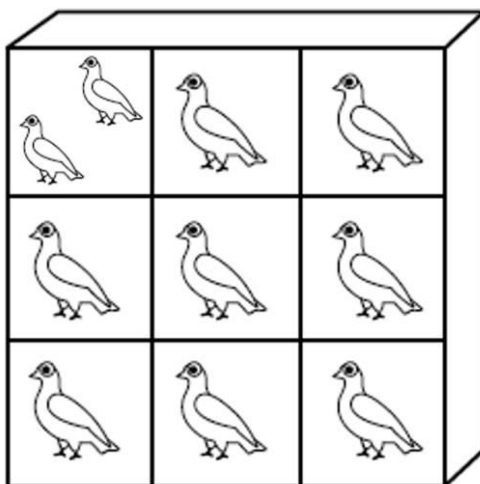


Existem diversas maneiras de abrigar os 10 pombos em 9 casas. Vamos agora testar o **caso limite** em que tentamos ocupar todas as casas com um número igual de pombos. Perceba que se colocarmos um pombo em cada uma das 9 casas, um pombo vai ficar desabrigado.



Nesse **caso limite**, o último pombo que restou deve ser abrigado necessariamente em uma casa já ocupada. A consequência disso é que:

Pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo 2 pombos**.



Veja que a conclusão de que "**pelo menos uma casa** deverá abrigar **no mínimo 2 pombos**" é uma conclusão que vale para todos os casos particulares do problema. Essa conclusão é obtida ao se testar o **caso limite**, ou seja, o caso em que se tenta deixar todas as casas ocupadas com um número igual de pombos.



Na aplicação do Princípio da Casa dos Pombos, deve-se identificar o caso limite em que tentamos ocupar todas as casas com um número igual de pombos.

Esqueçamos os 10 pombos e as 9 casas! Podemos enunciar uma regra para quando temos n pombos e $n-1$ casas:



Se tivermos n **pombos** para serem distribuídos em $n-1$ **casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo 2 pombos.



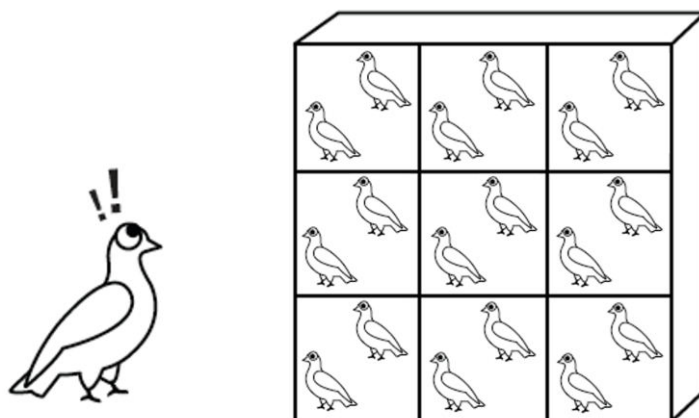
Princípio da Casa dos Pombos generalizado

Os problemas relacionados ao Princípio da Casa dos Pombos raramente apresentam o formato de n pombos e $n-1$ casas. Veja essa nova situação:

Temos **19 pombos** e devemos abrigar todos eles em **9 gaiolas (ou casas)**. A conclusão que se pode tirar é:

Pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo 3 pombos**.

Novamente, essa conclusão é obtida ao se testar o **caso limite**, ou seja, o caso em que se tenta deixar todas as casas ocupadas com um número igual de pombos. Vamos tentar colocar 2 pombos em cada uma das 9 casas.



Nesse novo **caso limite** em que ocupamos todas as 9 casas com 2 pombos, o último pombo que restou dos 19 deve ser abrigado necessariamente em uma casa já ocupada. Nesse caso, a conclusão que se chega é:

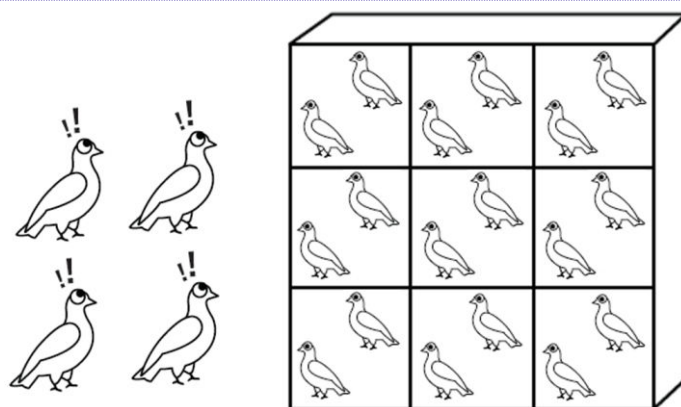
Pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo 3 pombos**.

No novo caso limite acima, tivemos apenas um pombo restando sem casa. O que aconteceria se tivéssemos um número um pouco maior de pombos? Vamos verificar uma nova situação:

Temos **22 pombos** e devemos abrigar todos eles em **9 casas**. A conclusão que se pode tirar é exatamente a mesma do caso em que tínhamos 19 pombos e 9 casas:

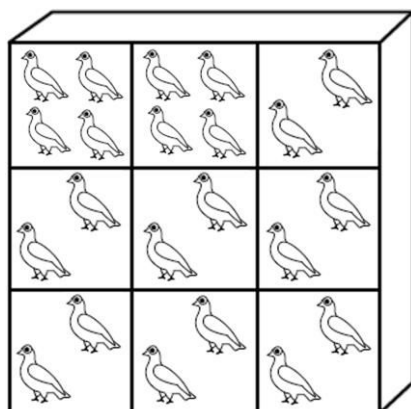
Pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo 3 pombos**.

Novamente, no **caso limite**, vamos tentar deixar todas as casas ocupadas com um número igual de pombos. Isso significa que devemos colocar 2 pombos em cada uma das 9 casas.



Observe que restaram temos todas as 9 casas com 2 pombos e ficamos com 4 pombos desabrigados.

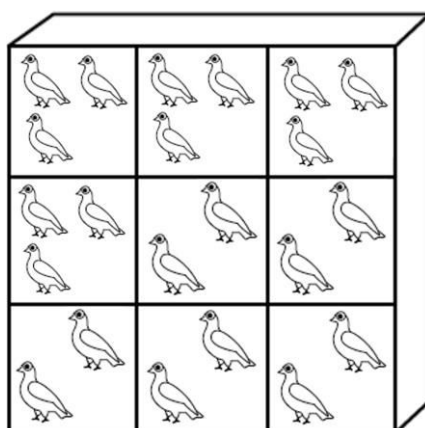
Existem várias maneiras de abrigar esses últimos 4 pombos. Poderíamos, por exemplo, colocar 2 na primeira casa e 2 na segunda casa:



Apesar das diversas maneiras de se colocar os 4 pombos restantes nas 9 casas, temos a garantia do seguinte:

Pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo 3 pombos**.

Essa conclusão fica explícita quando colocamos os 4 pombos restantes em casas diferentes. Veja:



Podemos generalizar o Princípio da Casa dos Pombos para quaisquer números de pombos e casas:



Princípio da Casa dos Pombos Generalizado

Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.

Obs.: $\lceil n/k \rceil$ representa o arredondamento para o primeiro inteiro maior do que n/k .

Vamos utilizar essa generalização para o exemplo que acabamos de ver:



Temos 22 pombos e devemos abrigar todos eles em 9 casas. Qual a conclusão que se pode obter?

A generalização do Princípio da Casa dos Pombos nos diz que:

Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.

Para o exemplo em questão, $n = 22$ e $k = 9$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 22/9 \rceil = \lceil 2,44 \rceil$$

Qual é o valor de $\lceil 2,44 \rceil$? Simples! É o primeiro inteiro maior do que 2,44, ou seja, é 3.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 2,44 \rceil = 3$$

Perceba que, com a aplicação direta da "fórmula", chegamos na mesma conclusão:

Se tivermos 22 pombos para serem distribuídos em 9 casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo 3 pombos.

As questões de concurso público no geral não costumam apresentar o problema em forma de "casas" e de "pombos", de modo que se faz necessário **identificar quais são as "casas" e quais são os "pombos"** do problema. Vejamos dois exemplos:



(BANESTES/2021) Um escritório de investimentos possui 86 clientes que são atendidos por 6 consultores. Cada consultor deve atender a no mínimo 9 e no máximo 20 clientes.

É correto concluir que:

- a) pelo menos 1 consultor atende a mais de 14 clientes;
- b) um consultor atende a 16 clientes;
- c) é possível que todos os consultores atendam a um mesmo número de clientes;
- d) é possível que 3 dos consultores atendam o número máximo de clientes por consultor;
- e) não é possível que 3 dos consultores atendam o número mínimo de clientes por consultor.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 86 clientes (“pombos”) aos 6 consultores (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 86$ e $k = 6$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 86/6 \rceil = \lceil 14,33 \rceil = 15$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **86 clientes** para serem atendidos por **6 consultores**, pelo menos um consultor atende a no mínimo **15 clientes**.”

Como “pelo menos um consultor atende a no mínimo **15 clientes**”, é correto afirmar que “**pelo menos 1 consultor atende a mais de 14 clientes**”.

Gabarito: Letra A.

(FunSaúde CE/2021) Em uma mesa de bar, 7 amigos tomaram 24 latas de cerveja. É correto afirmar que:

- a) um deles tomou exatamente 4 latas.
- b) todos tomaram, pelo menos, 2 latas.
- c) alguém ficou sem beber.
- d) um dos amigos tomou exatamente 3 latas.
- e) um dos amigos tomou, no mínimo, 4 latas.

Comentários:



Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 24 latas de cerveja (“pombos”) aos 7 amigos (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 24$ e $k = 7$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 24/7 \rceil = \lceil 3,43 \rceil = 4$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **24 latas de cerveja** para serem tomadas por **7 amigos**, pelo menos um amigo tomou no mínimo **4 latas de cerveja**.”

Logo, é correto afirmar que “**um dos amigos tomou, no mínimo, 4 latas**”.

Gabarito: Letra E.



Outros casos de aplicação do princípio

A **aplicação clássica** do Princípio da Casa dos Pombos ocorre quando são **dados** o número de **pombos** (**n**) e de **casas** (**k**) e, em seguida, **pede-se a conclusão** de que "pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Muitas vezes esse princípio é cobrado de maneira indireta nas questões de concurso público. Um exemplo disso é quando é pedido **o número mínimo de pombos para garantirmos a conclusão** quando são dados **o número de casas** e a **conclusão do caso**. Veja um exemplo de enunciado:

Temos disponíveis **9 casas** para os pombos. Qual o **número mínimo de pombos para garantirmos** que **três pombos estarão em uma mesma casa**?

Observe que, nesse exemplo, é **dado** o número de **casas** (9) e é dada a **conclusão** (três pombos estarão em uma mesma casa). Pede-se **o número mínimo de pombos para garantirmos a conclusão**.

Para esse tipo de questão exemplificado, e também para outras questões que fogem da aplicação clássica, devemos usar a regra básica de se identificar o **caso limite** ("caso azarado") do problema.

Vale ressaltar que o Princípio da Casa dos Pombos também é conhecido por **Princípio do Azarado**. Para ilustrar essa nova forma de se chamar o Princípio da Casa dos Pombos, bem como para exemplificar formas não clássicas de se cobrar o princípio, vamos a um exemplo resolvido:

Em uma festa compareceram muitas pessoas. Qual o número mínimo de pessoas na festa para garantirmos que ao menos três pessoas fazem aniversário no mesmo dia? Considere que um ano tem 365 dias.

Observe que nesse exemplo é **dado** o número de dias: 365 dias. Também é **dada** a conclusão: **ao menos três pessoas fazem aniversário no mesmo dia**. Pergunta-se **o número mínimo de pessoas que devemos alocar nos dias para garantirmos a conclusão**.

Digamos que nessa festa tenha 365 pessoas. Podemos ter a **garantia** de que ao menos três pessoas fazem aniversário no mesmo dia? **Não**, pois podemos ter o "azar" de todas as 365 pessoas terem nascido uma em cada um dos 365 dias do ano.

Vamos supor então que tenhamos 600 pessoas na festa. Nesse caso, podemos ter a **garantia** de que ao menos três pessoas fazem aniversário no mesmo dia? **Não**, pois podemos ter o "azar", por exemplo, de termos nos primeiros 235 dias do ano sempre 2 pessoas fazendo aniversário e nos 130 dias restantes termos sempre uma pessoa fazendo aniversário.

	235 dias					130 dias					TOTAL
Dia	01/jan	02/jan	03/jan	...	23/ago	24/ago	25/ago	...	31/dez		365 dias
Aniversariantes	2 pessoas	2 pessoas	2 pessoas	...	2 pessoas	1 pessoa	1 pessoa	...	1 pessoa		600 pessoas



Observe que, mesmo que tenhamos 730 pessoas nessa festa, não temos a **garantia** de que ao menos três pessoas fazem aniversário no mesmo dia, pois podemos ter o “azar” de que em cada um dos 365 dias apenas 2 pessoas fazem aniversário.

	365 dias					TOTAL
Dia	01/jan	02/jan	03/jan	...	31/dez	365 dias
Aniversariantes	2 pessoas	2 pessoas	2 pessoas	...	2 pessoas	730 pessoas

Note, então, que o **caso limite** (“caso azarado”) do problema ocorre quando temos **730 pessoas** na festa de modo que **em cada um dos 365 dias apenas 2 pessoas fazem aniversário**.

Veja que, ao **adicionar uma pessoa**, **temos a garantia** de que **ao menos três pessoas** fazem aniversário no mesmo dia. Isso porque, **mesmo considerado o caso mais azarado**, a **pessoa de número 731 fará aniversário em um dia em que já temos ao menos duas pessoas fazendo aniversário**.

Logo, **para garantirmos** que três pessoas fazem aniversário no mesmo dia, **devemos ter no mínimo 731 pessoas** na festa.

Boa parte das questões de concurso público não se apresentam nos formatos tradicional ou generalizado do Princípio da Casa dos Pombos. Nessas questões, também devemos encontrar o **caso limite**, ou seja, o “**caso azarado**”. Vejamos dois exemplos:

(MPE GO/2022) Em uma urna há 3 bolas brancas, 4 amarelas, 5 vermelhas e 6 pretas. São retiradas ao acaso dessa urna N bolas.

Se há certeza de que, entre as bolas retiradas há, pelo menos, uma bola amarela ou uma bola preta, o menor valor possível de N é

- a) 8.
- b) 9.
- c) 10.
- d) 11.
- e) 12.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o **caso limite**, ou seja, o “**caso azarado**”.

Ao retirar as bolas do saco, poderíamos ter um “**caso azarado**” em que retiramos **3 bolas brancas e 5 vermelhas**. Nesse caso, temos um total de **8 bolas retiradas sem que se tenha uma bola amarela ou uma bola preta**.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível**, ao retirar a **9ª bola** teremos retirado uma bola amarela ou uma bola preta.

Logo, ao retirarmos **9 bolas**, **obrigatoriamente** teremos uma bola da cor amarela ou preta. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.



(SEFAZ ES/2022) Em um grupo de 70 pessoas, há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco.

Em relação a esse grupo de pessoas, é correto concluir que

- a) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.
- b) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.
- c) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.
- d) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.
- e) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

Comentários:



Temos um grupo de 70 pessoas, em que há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco.

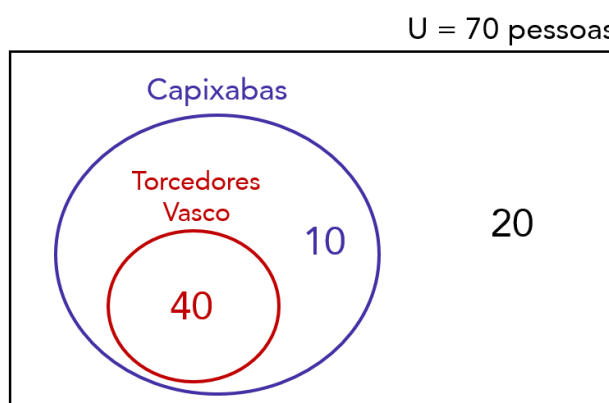
Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão inequívoca**. Em cada análise, é interessante testar sempre o caso limite.

Antes de verificarmos as alternativas, cumpre destacar que **o enunciado da questão não impede que tenhamos pessoas que não são capixabas nem torcedores do Vasco**.

a) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco. **ERRADO**.

Como não há impedimento de que tenhamos pessoas que **não são capixabas nem torcedores do Vasco**, é possível que todos os 40 torcedores do Vasco sejam capixabas.

Nesse caso, teremos 20 pessoas que não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.

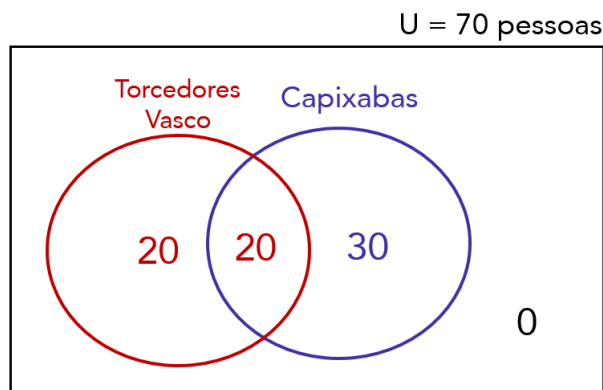


b) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco. **ERRADO**.

Na alternativa anterior, ao testar caso limite em que todos os torcedores do Vasco são capixabas, obtivemos que **no máximo 20** pessoas não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.

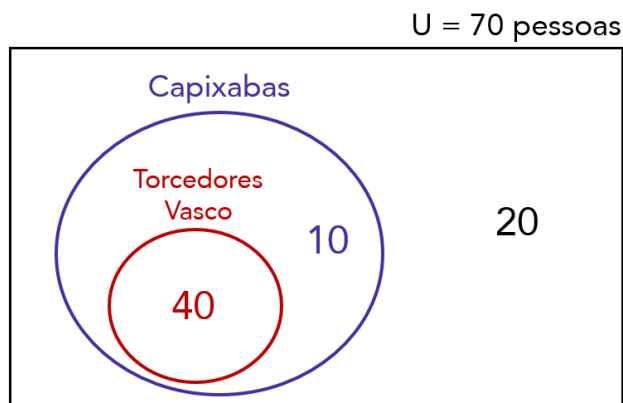


Podemos, por exemplo, ter uma situação em que não existem pessoas que não são nem capixabas nem torcedores do Vasco. Essa situação é obtida minimizando a intersecção entre capixabas e torcedores do Vasco.



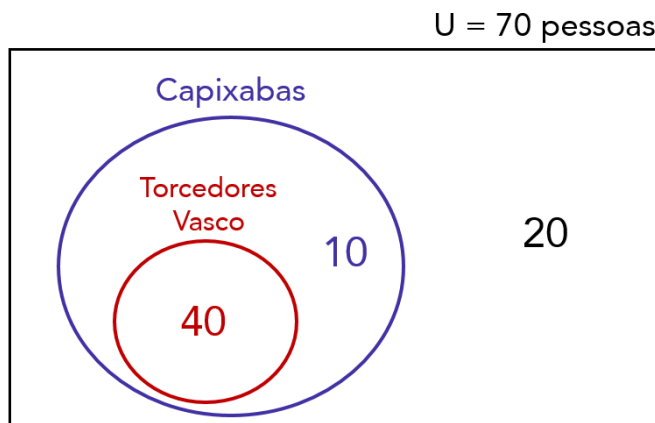
c) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco. **ERRADO.**

Como não há impedimento de que tenhamos pessoas que **não são capixabas nem torcedores do Vasco**, é possível que todos os 40 torcedores do Vasco sejam capixabas. Assim, **dentre os 50 capixabas, é possível que tenhamos apenas 10 que não são torcedores do Vasco.**



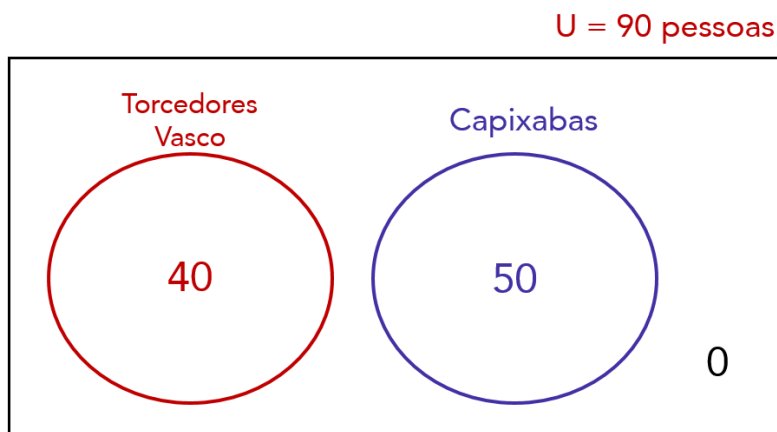
d) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco. **CERTO.** Esse é o **gabarito**.

Temos um total de 40 torcedores do Vasco. **Ao fazer com que todos eles sejam capixabas**, temos que no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.



e) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco. **ERRADO.**

Note que, se nenhum capixaba for torcedor do Vasco, o universo total de pessoas não poderia ser 70. Isso porque seria necessário termos um universo de no mínimo $40 + 50 = 90$ pessoas, caso em que teríamos 0 pessoas que não são capixabas nem torcedores do Vasco.



Gabarito: Letra D.

É isso aí, pessoal! Quanto à teoria de Princípio da Casa dos Pombos ficamos por aqui. Agora é o momento de solidificarmos o conteúdo aprendido por meio de **muitas questões**.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Princípio da casa dos pombos generalizado

1.(VUNESP/PC SP/2013) Um total de onze indivíduos moram distribuídos em no máximo cinco casas. Considere que pode haver casas sem indivíduos morando e que cada indivíduo mora apenas em uma única casa. Pode-se afirmar necessariamente sobre essa situação que

- a) todos moram em uma única casa.
- b) há uma casa em que ninguém mora.
- c) há uma casa com pelo menos três indivíduos morando.
- d) há uma casa com exatamente cinco indivíduos morando.
- e) há indivíduos morando em todas as casas.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 11 indivíduos (“pombos”) às 5 casas.

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 11$ e $k = 5$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 11/5 \rceil = \lceil 2,2 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **11 pessoas** para serem distribuídas em **5 casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo **3 pessoas**.”

O gabarito, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Outros casos de aplicação do princípio

1.(VUNESP/CMSJC/2014) Sabe-se que, em uma escola, estudam 175 alunos. Dentre eles, 54 só escrevem com a mão esquerda. Cinco dos alunos escrevem tanto com a mão esquerda quanto com a mão direita. Os demais alunos escrevem apenas com a mão direita. Em certa ocasião, em que todos os alunos estavam presentes na escola, foram sorteados 125 alunos para participarem de uma excursão a um museu.

Entre os alunos sorteados, o menor número possível de alunos que somente escrevem com a mão esquerda é

- a) 111.
- b) 59.
- c) 51.
- d) 4.
- e) 0.

Comentários:

O número de alunos que **escrevem somente com a mão direita** é:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{total de} \\ \text{alunos} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{alunos que escrevem somente} \\ \text{com a mão esquerda} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{alunos que escrevem} \\ \text{com ambas as mãos} \end{array} \right) \\ &= 175 - 54 - 5 \\ &= 116 \end{aligned}$$

Portanto, temos alunos que:

- Escrevem somente com a mão esquerda (**54**);
- Escrevem com ambas as mãos (**5**); e
- Escrevem somente com a mão direita (**116**).

Ao **sortear 125 alunos**, queremos o **menor número possível** de alunos que **somente escrevem com a mão esquerda**.

Nesse caso, devemos selecionar todos os alunos que **escrevem somente com a mão direita** (**116**) e todos os alunos que **escrevem com ambas as mãos** (**5**), totalizando **121 alunos**.

Portanto, o **número mínimo de alunos** no grupo de 125 alunos **que somente escrevem somente com a mão esquerda** é:



$$125 - 121 = 4$$

Gabarito: Letra D.

2. (VUNESP/PC SP/2013) Gabriel e Giovane são dois irmãos gêmeos que têm o hábito de escolher a mesma cor para os pares de meia que vão calçar. Assim, por exemplo, se um deles, em certo dia, usa meias pretas, o outro também usa meias pretas nesse dia. Eles guardam suas meias em um mesmo saco que está sempre desorganizado, de modo que as meias estão misturadas e não estão arrumadas em pares de mesma cor. Um certo dia, o saco tinha um total de 12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas. Nesse dia, para decidir qual cor usariam, começaram a tirar uma meia por vez do saco até que fossem tiradas quatro meias da mesma cor. O número máximo de retiradas que eles farão do saco até conseguirem as meias desejadas será

- a) 16.
- b) 10.
- c) 8.
- d) 4.
- e) 12.

Comentários:

Temos um saco com **12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas**. Queremos obter o **número de meias que precisam ser retiradas para garantir que tenhamos 4 meias de uma mesma cor**.

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Observe que, se retirarmos **3 meias marrons, 3 meias pretas e 3 meias brancas**, retiramos um total de **9 meias** sem que tenhamos 4 meias de uma mesma cor.

Ao retirar a décima meia, observe que **necessariamente** teremos **4 meias de uma mesma cor**.

Logo, o número máximo de retiradas que garante que tenhamos 4 meias de uma cor é **10**.

Gabarito: Letra B.

3. (VUNESP/Pref SJC/2012) Cada ser do planeta XEK possui de 10 mil a 50 mil células. O número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, certamente tenhamos pelo menos três seres com o mesmo número de células é

- a) 40 001.
- b) 40 003.



- c) 80 001.
- d) 80 003.
- e) 12 000.

Comentários:



Note que cada ser do planeta XEK tem necessariamente entre 10.000 e 50.000 células. Portanto, existem **40.001 possibilidades de números de células**:

$$\frac{10.000; 10.001; 10.002; \dots; 49.998; 49.999; 50.000}{40.001 \text{ possibilidades de números de células}}$$

Professor, não se trata de 40.000 possibilidades?

Não, caro aluno!

Veja que, se tivéssemos **entre 2 e 4 células**, teríamos:

$$4 - 2 + 1 = 3 \text{ possibilidades}$$

As possibilidades de números de células seriam justamente **2 células, 3 células e 4 células**.

Para o problema em questão, os seres do planeta XEK têm **entre 10 mil e 50 mil células**, de modo que o número de possibilidades é:

$$50.000 - 10.000 + 1 = 40.001 \text{ possibilidades}$$

Voltando ao problema, temos **40.001 possibilidades de número de células** que os seres do planeta XEK podem ter.

Nesse problema, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Observe que, se:

- **2 seres** tiverem **10.000** células;
- **2 seres** tiverem **10.001** células;
- ...
- **2 seres** tiverem **49.999** células; e
- **2 seres** tiverem **50.000** células.

Nesse "caso azarado", temos $40.001 \times 2 = 80.002$ seres **sem que tenhamos três seres com o mesmo número de células**.



Note que se no nosso conjunto adicionarmos mais um ser desse planeta, **necessariamente** teremos três seres com o mesmo número de células.

Portanto, o número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, **certamente** tenhamos pelo menos **três seres** com o mesmo número de células é:

$$80.002 + 1 = 80.003$$

Gabarito: Letra D.

4.(VUNESP/FAMERP/2016) A escala de coma de Glasgow é utilizada como primeira avaliação do nível de consciência de pacientes com trauma craniano. Essa escala consiste em avaliar o paciente em três testes, que são: ocular (O), verbal (V) e motor (M). O especialista que avalia o paciente atribui de 1 a 4 pontos para O, de 1 a 5 pontos para V e de 1 a 6 pontos para M. Um trauma cranioencefálico é considerado grave se a pontuação total é de 3 a 8 pontos, moderado se é de 9 a 13 pontos, e leve se é de 14 a 15 pontos.

(<http://misodor.com>. Adaptado.)

Se um paciente foi avaliado na escala de Glasgow com classificação moderada de trauma, é correto afirmar que ele obteve, necessariamente, pontuação

- a) de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes.
- b) de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes.
- c) maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes.
- d) máxima em pelo menos um dos três testes.
- e) menor do que 3 em apenas um dos três testes.

Comentários:

Note que, se tivermos a **classificação moderada** de trauma, **temos um total de 9 a 13 pontos**. Lembre-se, ainda, que esses pontos devem ser distribuídos entre:

- O, que admite entre **1 e 4 pontos**;
- V, que admite entre **1 e 5 pontos**; e
- M, que admite entre **1 e 6 pontos**.

Vamos avaliar as alternativas.

a) O paciente obteve a pontuação de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes. ERRADO.

Podemos obter **3 pontos em O, 4 pontos em V e 2 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado (total de 9 pontos)** e as pontuações de **dois testes**, O e V, apresentam 1 unidade inferior ao máximo.

b) O paciente obteve a pontuação de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes. ERRADO.



Podemos obter **2 pontos em O**, **3 pontos em V** e **4 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado** (**total de 9 pontos**) e as pontuações de **dois testes**, O e V, apresentam 2 unidades inferiores ao máximo.

c) O paciente obteve a pontuação maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes. **CERTO**.

Nessa alternativa, devemos testar o caso limite.

Temos que atingir um **mínimo de 9 pontos** para termos a **classificação moderada**.

Note que, se obtivermos todos os pontos do teste com o maior número de pontos (**M, 6 pontos**) e obtivermos apenas **1 ponto em O** e **1 ponto em V**, temos um **total de 8 pontos**. Nesse caso, não obtemos a **classificação moderada**.

Veja, então, que mesmo escolhendo o teste que permite maior pontuação (M) para ter pontuação máxima, é **impossível obtermos a classificação moderada com os demais obtendo apenas 1 ponto**.

Logo, **é necessário que a pontuação seja maior do que 1 em pelo menos dois testes**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

d) O paciente obteve a pontuação máxima em pelo menos um dos três testes. **ERRADO**.

Podemos obter **3 pontos em O**, **4 pontos em V** e **2 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado** (**total de 9 pontos**) e nenhum dos testes atingiu a pontuação máxima.

e) O paciente obteve a pontuação menor do que 3 em apenas um dos três testes. **ERRADO**.

Podemos obter **2 pontos em O**, **2 pontos em V** e **5 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado** (**total de 9 pontos**) e as pontuações de **dois testes**, O e V, são inferiores a 3.

Gabarito: Letra C.



QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Princípio da casa dos pombos generalizado

FGV

1.(FGV/TRT MA/2022) Em uma caixa há 18 bolas. A bola mais leve pesa 20 gramas e a mais pesada, 24 gramas. O peso de cada bola é um número inteiro de gramas. É correto concluir que:

- a) pelo menos uma bola pesa 22 gramas.
- b) nenhuma bola pesa 22 gramas.
- c) a média dos pesos de todas as bolas é 22 gramas.
- d) pelo menos 4 bolas têm o mesmo peso.
- e) a soma dos pesos de todas as bolas é maior do que 396 gramas.

Comentários:

Note que o peso de cada bola deve ser um número inteiro entre 20 e 24 gramas. Isso significa que temos **cinco diferentes possibilidades de peso: 20g, 21g, 22g, 23g e 24g.**

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 18 bolas (“pombos”) às 5 diferentes possibilidades de peso (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, **pelo menos uma casa** deverá abrigar **no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.**”

Para o exemplo em questão, $n = 18$ e $k = 5$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 18/5 \rceil = \lceil 3,6 \rceil = 4$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **18 bolas** para serem distribuídas em **5 possibilidades pesos**, **pelo menos uma possibilidade de peso** deverá atender **no mínimo 4 bolas.**”

Em outras palavras, é correto afirmar que **pelo menos 4 bolas têm o mesmo peso.**

Gabarito: Letra D.

2. (FGV/BANESTES/2021) Um escritório de investimentos possui 86 clientes que são atendidos por 6 consultores. Cada consultor deve atender a no mínimo 9 e no máximo 20 clientes.

É correto concluir que:



- a) pelo menos 1 consultor atende a mais de 14 clientes;
- b) um consultor atende a 16 clientes;
- c) é possível que todos os consultores atendam a um mesmo número de clientes;
- d) é possível que 3 dos consultores atendam o número máximo de clientes por consultor;
- e) não é possível que 3 dos consultores atendam o número mínimo de clientes por consultor.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 86 clientes (“pombos”) aos 6 consultores (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 86$ e $k = 6$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 86/6 \rceil = \lceil 14,33 \rceil = 15$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos 86 clientes para serem atendidos por 6 consultores, pelo menos um consultor atende a no mínimo 15 clientes.”

Como “pelo menos um consultor atende a no mínimo 15 clientes”, é correto afirmar que “**pelo menos 1 consultor atende a mais de 14 clientes**”.

Gabarito: Letra A.

3.(FGV/FunSaúde CE/2021) Em uma mesa de bar, 7 amigos tomaram 24 latas de cerveja. É correto afirmar que:

- a) um deles tomou exatamente 4 latas.
- b) todos tomaram, pelo menos, 2 latas.
- c) alguém ficou sem beber.
- d) um dos amigos tomou exatamente 3 latas.
- e) um dos amigos tomou, no mínimo, 4 latas.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 24 latas de cerveja (“pombos”) aos 7 amigos (“casas”).



“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 24$ e $k = 7$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 24/7 \rceil = \lceil 3,43 \rceil = 4$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **24 latas de cerveja** para serem tomadas por **7 amigos**, pelo menos um amigo tomou no mínimo **4 latas de cerveja**.”

Logo, é correto afirmar que “**um dos amigos tomou, no mínimo, 4 latas**”.

Gabarito: Letra E.

4.(FGV/Pref. Salvador/2019) Gisele quer guardar seus 101 mangás (histórias em quadrinhos japonesas) em um pequeno gaveteiro com 7 gavetas. Em cada gaveta cabem, no máximo, 20 mangás.

É correto concluir que

- a) uma gaveta ficará vazia.
- b) cinco gavetas ficarão com 20 mangás.
- c) cada gaveta terá pelo menos um mangá.
- d) pelo menos uma gaveta ficará com mais de 14 mangás.
- e) nenhuma gaveta ficará vazia.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 101 mangás (“pombos”) às 7 gavetas (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 101$ e $k = 7$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 101/7 \rceil = \lceil 14,43 \rceil = 15$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **101 mangás** para serem distribuídos em **7 gavetas**, pelo menos uma gaveta deverá conter no mínimo **15 mangás**.”



Logo, é correto afirmar que “**pelo menos uma gaveta ficará com mais de 14 mangás**”.

Gabarito: Letra D.

5. (FGV/TJ PI/2015) Um grupo de 6 estagiários foi designado para rever 50 processos e cada processo deveria ser revisto por apenas um dos estagiários. No final do trabalho, todos os estagiários trabalharam e todos os processos foram revistos.

É correto afirmar que:

- a) um dos estagiários reviu 10 processos;
- b) todos os estagiários reviram, cada um, pelo menos 5 processos;
- c) um dos estagiários só reviu 2 processos;
- d) quatro estagiários reviram 7 processos e dois estagiários reviram 6 processos;
- e) pelo menos um dos estagiários reviu 9 processos ou mais.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 50 processos (“pombos”) aos 6 estagiários (“casas”).

“Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, **pelo menos uma casa** deverá abrigar **no mínimo** $\lceil n/k \rceil$ **pombos**.”

Para o exemplo em questão, **n** = 50 e **k** = 6. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 50/6 \rceil = \lceil 8,33 \rceil = 9$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **50 processos** para serem distribuídos entre **6 estagiários**, **pelo menos um estagiário** receber **no mínimo** **9 processos**.”

Logo, é correto afirmar que “**pelo menos um dos estagiários reviu 9 processos ou mais**”.

Gabarito: Letra E.



Cebraspe

6.(CESPE/TELEBRAS/2015) A equipe de atendentes de um serviço de telemarketing é constituída por 30 empregados, divididos em 3 grupos, que trabalham de acordo com a seguinte escala.

- ▶ Grupo I: 7 homens e 3 mulheres, que trabalham das 6 h às 12 h.
- ▶ Grupo II: 4 homens e 6 mulheres, que trabalham das 9 h às 15 h.
- ▶ Grupo III: 1 homem e 9 mulheres, que trabalham das 12 h às 18 h.

A respeito dessa equipe, julgue o item que se segue.

Se, entre os atendentes do sexo masculino, o mais velho tiver nascido em 1982 e o mais novo, em 1986, então pelo menos 3 dos atendentes do sexo masculino nasceram em um mesmo ano.

Comentários:

Note que, nos três grupos, temos um total de:

$$7 + 4 + 1 = 12 \text{ homens}$$

Como o mais velho nasceu em 1982 e o mais novo em 1986, temos um total de **12 homens** para serem distribuídos em **5 anos**: 1982, 1983, 1984, 1985 e 1986.

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 12 homens ("pombos") aos 5 anos ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, **n** = 12 e **k** = 5. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil 12/5 \rceil = \lceil 2,4 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **12 homens** para serem distribuídos em **5 anos**, pelo menos um ano deverá ter no mínimo 3 homens."

Logo, é correto dizer que pelo menos 3 dos atendentes do sexo masculino nasceram em um mesmo ano.

Gabarito: CERTO.

7.(CESPE/BRB/2010) A esposa, o filho e a filha de Marcos são correntistas de uma mesma agência do BRB. Certo dia, entregaram os cartões magnéticos a Marcos para sacar dinheiro de suas contas, que têm as senhas de números 201001, 201002 e 201003, e os códigos de três letras BRB, RBB e BBR. Marcos sabia a quem pertencia cada cartão e lembrava-se das senhas e dos códigos, mas não das associações entre



cartões, senhas e códigos. Ele recordava apenas que a senha do cartão da esposa era 201001 e o código de três letras associado à senha 201002 era BBR. Marcos decidiu telefonar para casa e obteve a informação de que o código do cartão da conta do filho era RBB.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Considerando-se que, no banco de dados dos clientes do banco BRB, existam pelo menos 35 contas-correntes cujos códigos de três letras usam apenas as letras B e R, que apenas um correntista use o código BBB e que, no máximo, três correntistas usem o código BRB, então existem pelo menos cinco correntistas do BRB com o mesmo código de três letras, usando apenas as letras B e R.

Comentários:

Observe que o código é formado por 3 letras e, para cada letra, existem 2 possibilidades: B ou R. Logo, o total de códigos possíveis é:

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ códigos}$$

Temos um total de 35 correntistas com esse tipo de código. Um dos códigos, BBB, é utilizado por apenas um correntista. Já o código BRB é utilizado por apenas três correntistas. Nesse caso, restaram:

- $8 - 2 = 6$ códigos; e
- $35 - 1 - 3 = 31$ correntistas.

Note que temos **6 códigos** que podem ser utilizados por **31 correntistas**.

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os **31 correntistas** ("pombos") aos **6 códigos** ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 31$ e $k = 6$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil 31/6 \rceil = \lceil 5,166... \rceil = 6$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **31 correntistas** para serem distribuídos em **6 senhas**, pelo menos uma senha deverá ter no mínimo **6 correntistas**."

Logo, existem **pelo menos seis** correntistas do BRB com o mesmo código de três letras.

Gabarito: ERRADO.



FCC

8.(FCC/DETRAN MA/2018) Os 25 caminhões da frota de uma empresa serão vistoriados no departamento de trânsito de uma cidade, para que recebam autorização especial para circular em determinada região do município. No dia da vistoria, cada veículo será encaminhado a um dos 10 fiscais do setor de fiscalização. Esse encaminhamento é feito por meio de um sorteio, realizado quando o caminhão é recepcionado no setor pelo próprio sistema de cadastro. Em relação ao resultado do sorteio, é correto afirmar que, necessariamente,

- a) pelo menos um fiscal vai vistoriar mais do que 2 caminhões da frota.
- b) cada fiscal vai vistoriar no mínimo 2 e, no máximo, 3 caminhões da frota.
- c) nenhum fiscal ficará livre de vistoriar caminhões da frota dessa empresa.
- d) nenhum fiscal vai vistoriar mais do que 3 caminhões da frota.
- e) os 25 caminhões não poderão ser vistoriados pelo mesmo fiscal.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 25 caminhões (“pombos”) aos dez fiscais (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 25$ e $k = 10$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 25/10 \rceil = \lceil 2,5 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos 25 caminhões para serem distribuídos entre 10 fiscais, pelo menos um fiscal deverá vistoriar no mínimo 3 caminhões.”

Como “pelo menos um fiscal deverá vistoriar no mínimo 3 caminhões”, então:

“Pelo menos um fiscal vai vistoriar mais do que 2 caminhões da frota”

Gabarito: Letra A.

9. (FCC/METRO SP/2018) Em uma pesquisa sobre transporte, uma empresa verificou que seus 140 funcionários (80 homens e 60 mulheres) são proprietários de 160 carros. De acordo com esses dados, é necessariamente correto que

- a) ao menos uma funcionária mulher é proprietária de carro.



- b) ao menos um funcionário da empresa possui mais do que um carro.
- c) ao menos 20 funcionários da empresa possuem mais do que um carro.
- d) cada funcionário homem possui, no máximo, dois carros.
- e) há algum funcionário que não possui carro.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 160 carros ("pombos") aos 140 funcionários ("casas").

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 160$ e $k = 140$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 160/140 \rceil = \lceil 1,14 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **160 carros** para serem distribuídos em **140 funcionários**, pelo menos um **funcionário** deverá ter no mínimo **2 carros**."

Como "pelo menos um **funcionário** deverá ter no mínimo **2 carros**", então:

"Ao menos um **funcionário** da empresa possui mais do que um **carro**"

Nosso gabarito é a **letra B**. Vamos comentar as demais alternativas.

Observe que, pelo enunciado da questão, podemos ter um único funcionário com 160 carros, pois não há restrição qualquer quanto a isso. Vamos utilizar então o contraexemplo em que um homem tem 160 carros. Nesse caso, as **alternativas A e D são eliminadas**.

Ainda de acordo com o enunciado da questão, poderíamos ter o caso em que 139 funcionários têm um único carro e um funcionário tem 21 carros, totalizando os 160 carros ($139 \times 1 + 1 \times 21 = 160$ carros). Com esse contraexemplo, as **alternativas C e E são eliminadas**.

Gabarito: Letra B.

10. (FCC/SEAD AP/2018) As inscrições para um concurso ficaram abertas durante 31 dias. No total, inscreveram-se 1370 pessoas. Nessas condições,

- a) pelo menos metade das inscrições concentraram-se em 15 dos 31 dias do período de inscrições.
- b) houve, pelo menos, uma inscrição em cada dia do período de inscrições.



- c) em nenhum dos dias do período de inscrições inscreveram-se mais do que 50 pessoas.
- d) em, pelo menos, um dos dias do período de inscrições, inscreveram-se, no máximo, 40 pessoas.
- e) em, pelo menos, um dos dias do período de inscrições, inscreveram-se, ao menos, 45 pessoas.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 1370 pessoas ("pombos") aos 31 dias ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, **n** = 1370 e **k** = 31. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 1370/31 \rceil = \lceil 44,19 \rceil = 45$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **1370 pessoas** para se inscreverem em **31 dias**, em pelo menos um dia deverão se inscrever no mínimo **45 pessoas**."

Essa conclusão corresponde à letra E: "em, pelo menos, um dos dias do período de inscrições, inscreveram-se, ao menos, **45 pessoas**."

Gabarito: Letra E.

11.(FCC/TCE-RS/2018) Giovanni e sua esposa moram em uma cidade que possui 25 pizzarias. Em todos os sábados do ano passado, eles jantaram em uma pizzeria, sempre na cidade em que residem.

A partir dessas informações, é correto concluir que, necessariamente, no ano passado, Giovanni e sua esposa

- a) estiveram mais de duas vezes em pelo menos uma pizzeria da cidade.
- b) estiveram pelo menos duas vezes em cada pizzeria da cidade.
- c) nunca repetiram a pizzeria em seus jantares de sábado.
- d) jantaram pelo menos 25 vezes na mesma pizzeria.
- e) não jantaram todos os sábados na mesma pizzeria.

Comentários:

Se dividirmos os 365 do ano por 7, obtemos o quociente 52 (semanas) e resto 1 (dia). Isso significa que um ano é composto por **52 semanas e 1 dia** (ou 52 semanas e 2 dias se o ano for bissexto, mas isso não interfere no problema).

Temos então 52 sábados ou 53 sábados no ano. Esse último caso ocorreria se ano começasse em um sábado. Para resolver o problema, vamos trabalhar com 52 sábados.



Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 52 sábados (“pombos”) às 25 pizzarias (“casas”).

“Se tivermos n **pombos** para serem distribuídos em k **casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ **pombos**.”

Para o exemplo em questão, $n = 52$ e $k = 25$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 52/25 \rceil = \lceil 2,08 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **52 sábados** para visitar **25 pizzarias**, pelo menos uma pizzaria será visitada por no mínimo 3 sábados.”

Isso significa que Giovanni e sua esposa estiveram mais de duas vezes (no mínimo 3 sábados) em pelo menos uma pizzaria da cidade. O gabarito é a letra A.

Veja que se tivéssemos utilizado 53 sábados, a conclusão não mudaria, pois:

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 53/25 \rceil = \lceil 2,12 \rceil = 3$$

Gabarito: Letra A.

12. (FCC/SEGEF MA/2018) Um posto de saúde dispõe de um lote de 1 980 doses de uma vacina da gripe. Esse posto vacina exatamente 60 pessoas por dia com uma dose dessa vacina, sendo que pelo menos 40 delas são do grupo de risco, constituído por crianças e idosos. Ao término desse lote, o posto registrou a vacinação de 60 pessoas que não eram do grupo de risco. Em tais condições, necessariamente, em algum dia de uso do lote, foram vacinadas, do grupo de risco,

- a) exatamente 48 pessoas.
- b) pelo menos 59 pessoas.
- c) exatamente 60 pessoas.
- d) mais do que 60 pessoas.
- e) menos do que 58 pessoas.

Comentários:

Se são vacinadas exatamente 60 pessoas por dia e temos 1980 doses no lote, então o lote será utilizado em $1980/60 = 33$ dias.

Além disso, se temos 1980 pessoas vacinadas e ao término apenas 60 pessoas não eram do grupo de risco, então $1980 - 60 = 1920$ pessoas eram do grupo de risco.

Veja que agora temos um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 1920 pessoas do grupo de risco (“pombos”) aos 33 dias (“casas”).



“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 1920$ e $k = 33$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 1920/33 \rceil = \lceil 58,18 \rceil = 59$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **1920 pessoas do grupo de risco** para serem vacinadas em **33 dias**, em pelo menos um dia deverão ser vacinadas no mínimo **59 pessoas do grupo de risco**.”

Perceba que essa conclusão corresponde à alternativa B: “em algum dia de uso do lote, foram vacinadas, do grupo de risco, pelo menos **59 pessoas**”.

Gabarito: Letra B.

13.(FCC/DPE RR/2015) O banco de dados de um computador possui apenas 12 mil arquivos, sendo que cada um possui tamanho que varia de 1 kilobyte até 480 kilobytes. Com relação a esse banco de dados, é correto afirmar que

- a) nele necessariamente existem arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- b) é provável, mas não é necessariamente certo, que nele existam arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- c) é provável, mas não é necessariamente certo, que nele não existam arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- d) cada um dos seus arquivos possui, em média, o tamanho de 25 kilobytes.
- e) seus arquivos possuem, juntos, tamanho de 12 mil a 5 milhões de kilobytes.

Comentários:

Observação: para resolver o problema, devemos supor que um arquivo só pode ter um número inteiro de kilobytes. Um arquivo não pode, por exemplo, ter 1,5 kilobytes.

Feita a suposição, perceba que o problema restringe o tamanho dos arquivos a **480 possibilidades de tamanho**: 1 kilobyte, 2 kilobytes, ..., até 480 kilobytes.

Temos 12.000 arquivos. Veja que não é possível atribuir as 480 possibilidades de tamanhos aos 12.000 arquivos sem que nenhum arquivo tenha o mesmo tamanho. Logo, necessariamente existem dois arquivos com o mesmo tamanho. O gabarito é a letra A.

Vejamos o erro das demais alternativas:

Alternativas B e C: É certo que existem arquivos com o mesmo tamanho, conforme resultado obtido para a alternativa A.



Alternativa D: O enunciado não dá qualquer restrição quanto ao tamanho dos arquivos. Poderíamos, por exemplo, ter todos os arquivos com 1 kilobyte. Nesse caso, a média do tamanho dos arquivos seria 1 kilobyte.

Alternativa E: O enunciado não dá qualquer restrição quanto ao tamanho dos arquivos. Poderíamos, por exemplo, ter todos os arquivos com 480 kilobytes. Nesse caso, os arquivos possuiriam juntos $12.000 \times 480 = 5.760.000$ kilobytes, que é superior a 5 milhões.

Uma outra forma de resolver o problema seria utilizando o **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Pensando dessa forma, devemos atribuir os 12.000 arquivos ("pombos") às 480 possibilidades de arquivo ("casas").

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 12.000$ e $k = 480$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 12.000/480 \rceil = \lceil 25 \rceil = 25$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **12.000 arquivos** que podem ter **480 possibilidades de tamanho**, pelo menos uma possibilidade de tamanho deverá ter no mínimo 25 arquivos."

Isso significa que no mínimo 25 arquivos terão o mesmo tamanho e, portanto, "necessariamente existem arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes". O gabarito é a letra A.

Gabarito: Letra A.

14. (FCC/ALESP/2010) Os 63 novos contratados para o cargo de agente técnico serão alocados em 21 salas atualmente vazias no prédio da Assembleia Legislativa.

Cada sala terá pelo menos um agente e todo agente ficará em uma única sala. Nestas condições, pode-se concluir que, necessariamente,

- a) haverá três agentes em cada sala.
- b) não haverá salas com quatro agentes.
- c) poderá haver uma sala com 50 agentes.
- d) haverá salas com um único agente.
- e) haverá pelo menos uma sala com três ou mais agentes.

Comentários:



Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 63 agentes (“pombos”) às 21 salas (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 63$ e $k = 21$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 63/21 \rceil = \lceil 3 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **63 agentes** para serem distribuídos em **21 salas**, pelo menos uma sala deverá abrigar no mínimo 3 agentes.”

Isso significa que haverá pelo menos uma sala com três ou mais agentes.

Gabarito: Letra E.



Vunesp

15.(VUNESP/PC SP/2013) Um total de onze indivíduos moram distribuídos em no máximo cinco casas. Considere que pode haver casas sem indivíduos morando e que cada indivíduo mora apenas em uma única casa. Pode-se afirmar necessariamente sobre essa situação que

- a) todos moram em uma única casa.
- b) há uma casa em que ninguém mora.
- c) há uma casa com pelo menos três indivíduos morando.
- d) há uma casa com exatamente cinco indivíduos morando.
- e) há indivíduos morando em todas as casas.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 11 indivíduos ("pombos") às 5 casas.

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 11$ e $k = 5$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 11/5 \rceil = \lceil 2,2 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **11 pessoas** para serem distribuídas em **5 casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo 3 pessoas."

O gabarito, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.



Outras Bancas

16. (IDECAN/PM CE/2023) Os juízes militares representam a mais alta corte de julgamento dos crimes militares. Dentre os oficiais que julgam até o posto de subtenente, encontram-se a formação de dois tenentes, um capitão e um major juntamente com o juiz de direito da justiça militar. Além disso, dois técnicos judiciários e um analista também parte do grupo alinhando a estrutura de depoimentos e julgamento. A escolha dos oficiais se dá por sorteio e concorrem apenas os pertencentes ao quadro do oficialato que possuem conduta ilibada em suas carreiras.

A partir de todos os membros que fazem parte do mecanismo da auditoria, é possível afirmar que dois deles obrigatoriamente fazem aniversário no(a) mesmo(a):

- a) Ano
- b) Dia da semana
- c) Mês
- d) Semana do ano
- e) Feriado

Comentários:

Temos os seguintes membros que fazem parte do mecanismo da auditoria:

- 2 tenentes;
- 1 capitão;
- 1 major;
- 1 juiz;
- 2 técnicos judiciários; e
- 1 analista.

Portanto, temos um total de $2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 8$ membros.

Perceba que, **em uma semana**, temos um total de **7 dias**. Como temos **8 membros**, pelo princípio da casa dos pombos, é correto concluir que **dois deles obrigatoriamente fazem aniversário no mesmo dia da semana**. O gabarito, portanto, é **letra B**.

Caso a conclusão não tenha ficado clara, podemos utilizar a fórmula do **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 8 membros ("pombos") aos 7 dias da semana ("casas").

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 8$ e $k = 7$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 8/7 \rceil = \lceil 1,14 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:



“Se tivermos **8 membros** que podem fazer aniversário em **7 dias da semana**, pelo menos em um dia da semana teremos no mínimo 2 membros.”

Gabarito: Letra B.

17. (IAUPE/SEFAZ PE/2022) Um funcionário decidiu organizar os 230 documentos relativos a um dado processo em 06 pastas separadas e todas inicialmente vazias. É CORRETO afirmar que

- a) em cada uma das 06 pastas haverá ao menos um documento.
- b) ao menos uma das pastas ficou com menos de 30 documentos.
- c) ao menos uma das pastas ficou com mais de 35 documentos.
- d) todas as pastas ficarão com a mesma quantidade de documentos.
- e) haverá uma quantidade diferente de documentos em cada uma das 06 pastas.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 230 documentos (“pombos”) às 06 pastas (“casas”).

“Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, **n** = 230 e **k** = 6. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 230/6 \rceil = \lceil 38,33 \rceil = 39$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **230 documentos** para serem organizados em **06 pastas**, pelo menos uma pasta deverá conter no mínimo 39 documentos.”

Como “pelo menos uma pasta deverá conter no mínimo 39 documentos”, é correto afirmar que “**ao menos uma das pastas ficou com mais de 35 documentos**”. Isso porque, se uma das pastas contém no mínimo 39 documentos, necessariamente essa pasta ficou com mais de 35 documentos.

Gabarito: Letra C.

18. (IAUPE/SEFAZ PE/2022) Em uma festa com 15 (quinze) pessoas, considere as afirmações:

- I. Existem ao menos 3 (três) pessoas na festa cujo dia da semana (segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado ou domingo) em que ocorre seu aniversário naquele ano será o mesmo.
- II. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo mês de aniversário (Janeiro, Fevereiro, Março, etc) é o mesmo.



III. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo ano de nascimento é o mesmo.

Está CORRETO o que se afirma em

- a) I, somente.
- b) I e II, somente.
- c) I e III, somente.
- d) II e III, somente.
- e) todas.

Comentários:

Vamos analisar as três afirmações, considerando que na festa temos um total de **15 pessoas**.

I. Existem ao menos 3 (três) pessoas na festa cujo dia da semana (segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado ou domingo) em que ocorre seu aniversário naquele ano será o mesmo. **CERTO**.

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 15 pessoas ("pombos") às 7 possibilidades de dias da semana em que elas podem fazer aniversário ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos**."

Para o exemplo em questão, **n** = 15 e **k** = 7. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 15/7 \rceil = \lceil 2,14 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **15 pessoas** que podem fazer aniversário em **7 dias da semana**, pelo menos em um dia da semana teremos **no mínimo 3 pessoas**."

II. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo mês de aniversário (Janeiro, Fevereiro, Março, etc) é o mesmo. **CERTO**.

Novamente, temos um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir as 15 pessoas ("pombos") às 12 possibilidades de meses em que elas podem fazer aniversário ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar **no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos**."

Para o exemplo em questão, **n** = 15 e **k** = 12. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 15/12 \rceil = \lceil 1,25 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:



“Se tivermos **15 pessoas** que podem fazer aniversário em **12 meses** distintos, em pelo menos um mês teremos no mínimo 2 pessoas.”

III. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo ano de nascimento é o mesmo. **ERRADO**.

Não podemos garantir que 2 pessoas dentre as 15 necessariamente façam aniversário no mesmo ano. É possível que todas as pessoas tenham nascido em anos distintos. Exemplo: 1991, 1992, 1993, ..., até 2005.

Gabarito: Letra B.

19. (QUADRIX/COREN AP/2022) Em uma equipe de competição de jiu-jitsu, há 6 faixas brancas, 1 faixa azul, 4 faixas roxa, 2 faixas marrons e 1 faixa preta.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Pelo menos 2 desses competidores fazem aniversário no mesmo mês.

Comentários:

Temos os seguintes competidores:

- 6 faixas brancas;
- 1 faixa azul;
- 4 faixas roxa;
- 2 faixas marrons; e
- 1 faixa preta.

Portanto, temos um total de $6 + 1 + 4 + 2 + 1 = 14$ competidores.

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 14 competidores (“pombos”) às 12 possibilidades de meses em que eles podem fazer aniversário (“casas”).

“Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 14$ e $k = 12$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 14/12 \rceil = \lceil 1,166 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **14 competidores** que podem fazer aniversário em **12 meses** distintos, pelo menos em um mês teremos no mínimo 2 competidores.”

Logo, é **correto** afirmar que **pelo menos 2 competidores fazem aniversário no mesmo mês**.

Gabarito: CERTO.



20. (FUNDEP/UFJF/2022) A secretaria de uma escola precisa distribuir entre os 45 alunos os 20 armários existentes; para isso, irá fazer um sorteio, em que, para cada aluno, será sorteado um armário.

Em relação ao uso dos armários, é correto afirmar que, necessariamente,

- a) cada armário será usado por 2 ou 3 alunos.
- b) pelo menos 5 armários serão usados por pelo menos 3 alunos.
- c) pelo menos 1 armário será usado por pelo menos 3 alunos.
- d) nenhum armário ficará vazio.
- e) nenhum armário será usado por mais de 3 alunos.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 45 alunos ("pombos") aos 20 armários ("casas").

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 45$ e $k = 20$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 45/20 \rceil = \lceil 2,25 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos 45 alunos para usarem 20 armários, pelo menos um armário será usado por no mínimo 3 alunos."

Como "pelo menos um armário será usado por no mínimo 3 alunos", é correto afirmar que "pelo menos 1 armário será usado por pelo menos 3 alunos".

Gabarito: Letra C.

21. (FEPESE/Pref Chapecó/2022) Um grupo com 13 casais, casados formalmente, se reúne.

Podemos afirmar corretamente que:

- a) Pelo menos um casal do grupo casou em dezembro.
- b) Em cada mês do ano, pelo menos 1 dos casais do grupo casou.
- c) Pelo menos dois dos casais do grupo casaram no mesmo mês.
- d) Três dos casais do grupo casaram no mesmo mês.
- e) No máximo 3 dos casais do grupo casaram em um mesmo mês.

Comentários:



Note que temos um grupo com **13 casais** e as alternativas tratam sobre possibilidades de números de casamentos realizados nos **12 possíveis meses**.

Para esse problema, podemos aplicar a fórmula do **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 13 casais ("pombos") às 12 possibilidades de meses em que eles podem casar ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 13$ e $k = 12$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 13/12 \rceil = \lceil 1,08 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **13 casais** que podem casar em **12 meses** distintos, em pelo menos um mês teremos no mínimo 2 casais."

Logo, é **correto** afirmar que **pelo menos dois dos casais do grupo casaram no mesmo mês**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

Vamos analisar as outras alternativas.

a) Pelo menos um casal do grupo casou em dezembro. ERRADO.

Note que não há impedimento de que todos os casais tenham casado em janeiro, por exemplo. Logo, não podemos ter certeza se algum casal do grupo casou em dezembro.

b) Em cada mês do ano, pelo menos 1 dos casais do grupo casou. ERRADO.

Novamente, sabemos que não há impedimento de que todos os casais tenham casado em janeiro, por exemplo. Logo, não podemos ter certeza se, em cada mês do ano, pelo menos 1 dos casais do grupo casou.

d) Três dos casais do grupo casaram no mesmo mês. ERRADO.

Não temos a garantia de que três casais do grupo casaram no mesmo mês. É possível, por exemplo, que dois casais tenham casado em janeiro e os outros 11 tenham casado em cada um dos 11 meses restantes.

e) No máximo 3 dos casais do grupo casaram em um mesmo mês. ERRADO.

Novamente, note que não há impedimento de que todos os casais do grupo tenham casado em janeiro, por exemplo. Logo, é errado afirmar que no máximo 3 dos casais do grupo casaram em um mesmo mês.

Gabarito: Letra C.



22.(QUADRIX/CRTR 12/2021) Em um conjunto de 2.021 indivíduos, pelo menos

- a) 6 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- b) 7 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- c) 87 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- d) 168 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- e) 169 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 2021 indivíduos (“pombos”) às 12 possibilidades de signo do zodíaco (“casas”).

“Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ **pombos**.”

Para o exemplo em questão, **n** = 2021 e **k** = 12. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 2021/12 \rceil = \lceil 168,42 \rceil = 169$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **2021 indivíduos** para serem distribuídos entre os **12 signos**, pelo menos um signo deverá conter no mínimo **169 indivíduos**.”

Como “pelo menos um signo deverá conter no mínimo **169 indivíduos**”, é correto afirmar que “pelo menos 169 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco”.

Gabarito: Letra E.

23. (QUADRIX/CRESS 8 (DF)/2021) Um grupo de 25 assistentes sociais que trabalham na região metropolitana de Brasília serão convocados para fazer uma avaliação psicológica de rotina. No dia da avaliação, cada assistente social será enviado a um dos 10 psicólogos do setor de medicina do trabalho do Distrito Federal. Esse encaminhamento será feito por meio de um sorteio, realizado em um sistema de computador no momento em que o profissional a ser avaliado se cadastrar na recepção do setor de medicina do trabalho.

Com base nessa situação hipotética, é correto afirmar que, em relação ao resultado do sorteio, necessariamente,

- a) ao menos 1 psicólogo atenderá mais que 2 dos assistentes sociais.
- b) cada psicólogo atenderá, no mínimo, 2 e, no máximo, 3 assistentes sociais.
- c) nenhum psicólogo ficará livre de atender algum dos assistentes sociais.



- d) nenhum psicólogo atenderá mais que 3 assistentes sociais.
- e) os 25 assistentes sociais não poderão ser atendidos pelo mesmo psicólogo.

Comentários:

Veja que esse é um caso típico de **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 25 assistentes sociais (“pombos”) aos 10 psicólogos (“casas”).

“Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos.”

Para o exemplo em questão, $n = 25$ e $k = 10$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 25/10 \rceil = \lceil 2,5 \rceil = 3$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

“Se tivermos **25 assistentes sociais** para serem atendidos por **10 psicólogos**, pelo menos um psicólogo atenderá no mínimo 3 assistentes sociais.”

Como “pelo menos um psicólogo atenderá no mínimo 3 assistentes sociais”, é correto afirmar que “ao menos 1 psicólogo atenderá mais que 2 dos assistentes sociais”.

Gabarito: Letra A.

24.(QUADRIX/CRC AP/2021) Em uma reunião do Conselho Regional de Contabilidade do estado do Amapá, estão reunidos 13 contadores, que atuam em diferentes cidades do estado. Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa correta.

- a) Pelo menos 1 dos contadores “pesa” mais de 89 kg.
- b) Pelo menos 1 dos contadores nasceu em julho ou em dezembro.
- c) Pelo menos 2 dos contadores fazem aniversário no mesmo mês.
- d) Pelo menos 2 dos contadores nasceram em um dia ímpar.
- e) A maioria dos participantes da reunião é do sexo masculino.

Comentários:

Em resumo, o enunciado do problema nos informa que temos um total de **13 contadores** que atuam em diferentes cidades. Com base nisso, vamos avaliar as cinco alternativas.

a) Pelo menos 1 dos contadores “pesa” mais de 89 kg. ERRADO.

Segundo os dados do enunciado, não podemos concluir que necessariamente algum dos 13 contadores pesa mais do que 89kg. É possível que todos os 13 contadores pesem menos do que isso.



b) Pelo menos 1 dos contadores nasceu em julho ou em dezembro. ERRADO.

Segundo os dados do enunciado, nada impede que todos os 13 contadores tenham nascido em janeiro, por exemplo. Logo, é errado afirmar que pelo menos 1 dos contadores nasceu em julho ou em dezembro.

c) Pelo menos 2 dos contadores fazem aniversário no mesmo mês. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Para essa alternativa, podemos aplicar a fórmula do **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 13 contadores ("pombos") às 12 possibilidades de meses em que eles podem fazer aniversário ("casas").

"Se tivermos n pombos para serem distribuídos em k casas, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ pombos."

Para o exemplo em questão, $n = 13$ e $k = 12$. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 13/12 \rceil = \lceil 1,08 \rceil = 2$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **13 contadores** que podem fazer aniversário em **12 meses** distintos, em pelo menos um mês teremos no mínimo 2 contadores."

Logo, é **correto** afirmar que **pelo menos 2 dos contadores fazem aniversário no mesmo mês**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

d) Pelo menos 2 dos contadores nasceram em um dia ímpar. ERRADO.

Segundo os dados do enunciado, nada impede que todos os 13 contadores tenham nascido no segundo dia de um mês, por exemplo. Logo, é errado afirmar que pelo menos 2 dos contadores nasceram em um dia ímpar.

e) A maioria dos participantes da reunião é do sexo masculino. ERRADO.

Não há nenhuma informação no enunciado que indique o sexo dos contadores. É possível, por exemplo, que todos os contadores sejam mulheres.

Gabarito: Letra C.

25. (IDECAN/AGU/2019) Levi faz parte de um grupo de alunos que disputa as Olimpíadas de Matemática do colégio juntamente com mais 36 colegas. Com relação a esse grupo de alunos, é correto afirmar que

a) pelo menos 3 alunos tirarão a nota máxima na prova das Olimpíadas.

b) somente 5 alunos fazem aniversário no mesmo mês.



- c) pelo menos 4 alunos fazem aniversário no mesmo mês.
- d) pelo menos 2 alunos fazem aniversário na mesma data.
- e) certamente 5 alunos fazem aniversário no mesmo mês.

Comentários:

Temos um grupo com **37 alunos** (Levi e mais 36 colegas), e a maioria das alternativas trata sobre possibilidades de números de aniversários realizados nos **12 possíveis meses do ano**.

Para esse problema, podemos aplicar a fórmula do **Princípio da Casa dos Pombos generalizado**. Devemos atribuir os 37 alunos ("pombos") às 12 possibilidades de meses em que eles podem fazer aniversário ("casas").

"Se tivermos **n pombos** para serem distribuídos em **k casas**, pelo menos uma casa deverá abrigar no mínimo $\lceil n/k \rceil$ **pombos**."

Para o exemplo em questão, **n** = 37 e **k** = 12. Vamos obter $\lceil n/k \rceil$.

$$\lceil n/k \rceil = \lceil 37/12 \rceil = \lceil 3,08 \rceil = 4$$

Perceba que a conclusão, contextualizando para o problema em tela, fica:

"Se tivermos **37 alunos** que podem fazer aniversário em **12 meses** distintos, em pelo menos um mês teremos no mínimo 4 alunos."

Logo, é **correto** afirmar que **pelo menos 4 alunos fazem aniversário no mesmo mês**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.



QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Outros casos de aplicação do princípio

FGV

1.(FGV/TRT MA/2022) Uma urna tem 15 bolas. Sobre essas bolas, sabe-se que:

- Pelo menos 3 delas são azuis.
- Dadas 4 quaisquer dessas bolas, pelo menos uma não é azul.

É correto concluir que

- a) exatamente 11 dessas bolas são azuis.
- b) exatamente 11 dessas bolas não são azuis.
- c) pelo menos 4 dessas bolas são azuis.
- d) exatamente 12 dessas bolas não são azuis.
- e) no máximo 4 dessas bolas não são azuis.

Comentários:

Temos um total de 15 bolas na urna. Inicialmente, temos a seguinte informação:

- Pelo menos 3 delas são azuis.

Com base somente nessa informação, note que **podemos ter 3, 4, 5, ... , até 15 bolas azuis**.

Vejam agora a próxima informação:

- Dadas 4 quaisquer dessas bolas, pelo menos uma não é azul.

Note que, para garantir que dentre 4 bolas quaisquer pelo menos uma não é azul, é possível que tenhamos, com base somente nessa informação, **3, 2, 1 ou nenhuma bola azul**.

Veja que, com base nas duas informações apresentadas, **é necessário que tenhamos exatamente 3 bolas azuis**.

Como temos um total de 15 bolas, é correto afirmar que **exatamente $15 - 3 = 12$ bolas não são azuis**.

Gabarito: Letra D.



2.(FGV/SEFAZ ES/2022) Em um grupo de 70 pessoas, há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco.

Em relação a esse grupo de pessoas, é correto concluir que

- a) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.
- b) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.
- c) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.
- d) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.
- e) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

Comentários:

Temos um grupo de 70 pessoas, em que há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco.

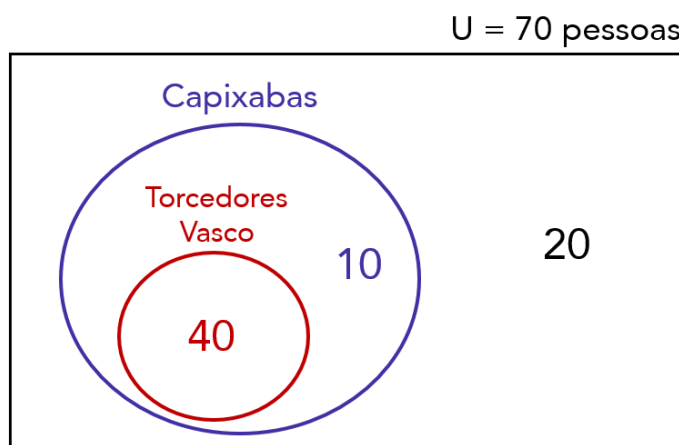
Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão inequívoca**. Em cada análise, é interessante testar sempre o caso limite.

Antes de verificarmos as alternativas, cumpre destacar que **o enunciado da questão não impede que tenhamos pessoas que não são capixabas nem torcedores do Vasco**.

a) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco. **ERRADO**.

Como não há impedimento de que tenhamos pessoas que **não são capixabas nem torcedores do Vasco**, é possível que todos os 40 torcedores do Vasco sejam capixabas.

Nesse caso, teremos **20 pessoas** que **não são nem capixabas nem torcedores do Vasco**.

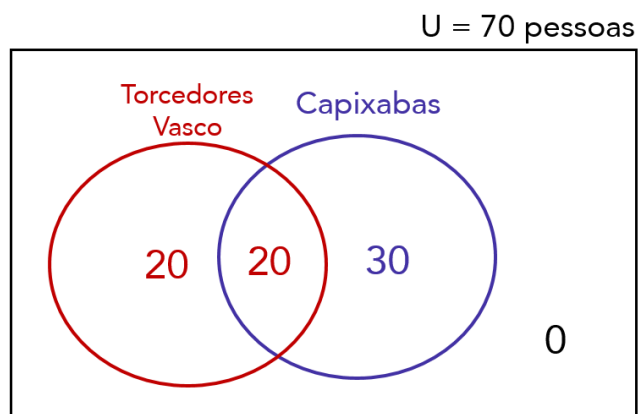


b) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco. **ERRADO**.

Na alternativa anterior, ao testar caso limite em que todos os torcedores do Vasco são capixabas, obtivemos que **no máximo 20 pessoas não são nem capixabas nem torcedores do Vasco**.

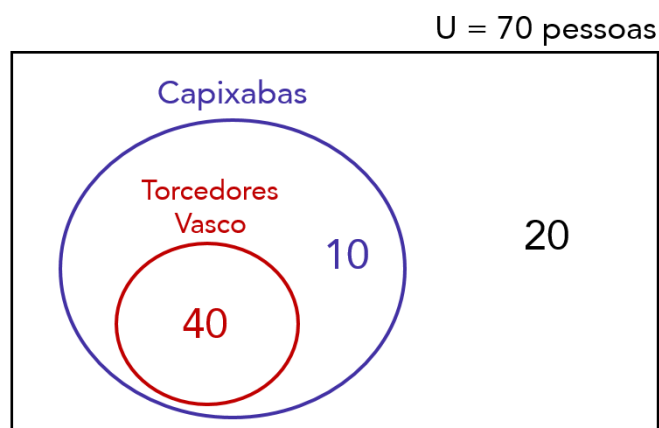
Podemos, por exemplo, **ter uma situação em que não existem pessoas que não são nem capixabas nem torcedores do Vasco**. Essa situação é obtida minimizando a intersecção entre capixabas e torcedores do Vasco.





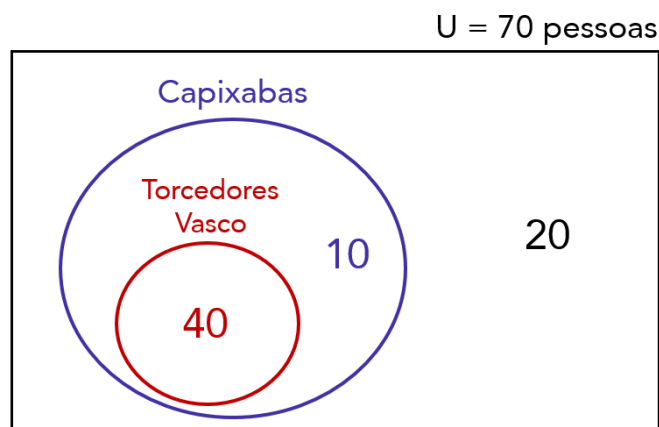
c) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco. **ERRADO.**

Como não há impedimento de que tenhamos pessoas que **não são capixabas nem torcedores do Vasco**, é possível que todos os 40 torcedores do Vasco sejam capixabas. Assim, **dentre os 50 capixabas, é possível que tenhamos apenas 10 que não são torcedores do Vasco.**



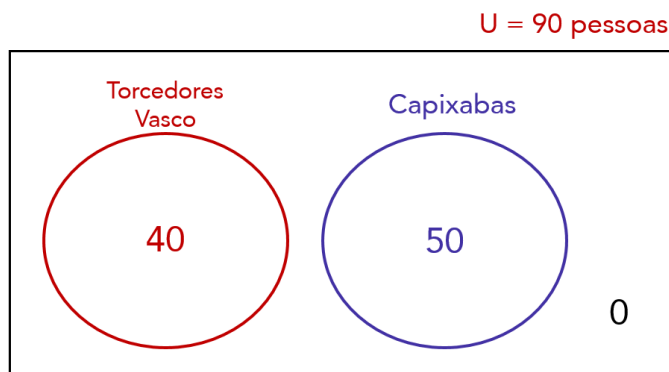
d) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco. **CERTO.** Esse é o **gabarito**.

Temos um total de 40 torcedores do Vasco. **Ao fazer com que todos eles sejam capixabas**, temos que no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.



e) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco. **ERRADO.**

Note que, se nenhum capixaba for torcedor do Vasco, **o universo total de pessoas não poderia ser 70**. Isso porque seria necessário termos um universo de no mínimo $40 + 50 = 90$ pessoas, caso em que teríamos 0 pessoas que não são capixabas nem torcedores do Vasco.



Gabarito: Letra D.

3. (FGV/MPE GO/2022) Em uma urna há 3 bolas brancas, 4 amarelas, 5 vermelhas e 6 pretas. São retiradas ao acaso dessa urna N bolas.

Se há certeza de que, entre as bolas retiradas há, pelo menos, uma bola amarela ou uma bola preta, o menor valor possível de N é

- a) 8.
- b) 9.
- c) 10.
- d) 11.
- e) 12.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Ao retirar as bolas do saco, poderíamos ter um "caso azarado" em que retiramos **3 bolas brancas** e **5 vermelhas**. Nesse caso, temos um total de **8 bolas retiradas** sem que se tenha uma bola amarela ou uma bola preta.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, ao retirar a 9ª bola** teremos retirado uma bola amarela ou uma bola preta.

Logo, ao retirarmos **9 bolas, obrigatoriamente** teremos uma bola da cor amarela ou preta. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.



4. (FGV/TJ TO/2022) Em um grupo de 40 advogados, 30 estão inscritos para um Concurso A e 25 estão inscritos para um Concurso B. É correto concluir que:

- a) no máximo 15 deles estão inscritos nos dois concursos;
- b) no máximo 10 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B;
- c) no máximo 10 deles estão inscritos apenas no Concurso A;
- d) no mínimo 15 deles estão inscritos apenas no Concurso B;
- e) no mínimo 5 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B.

Comentários:

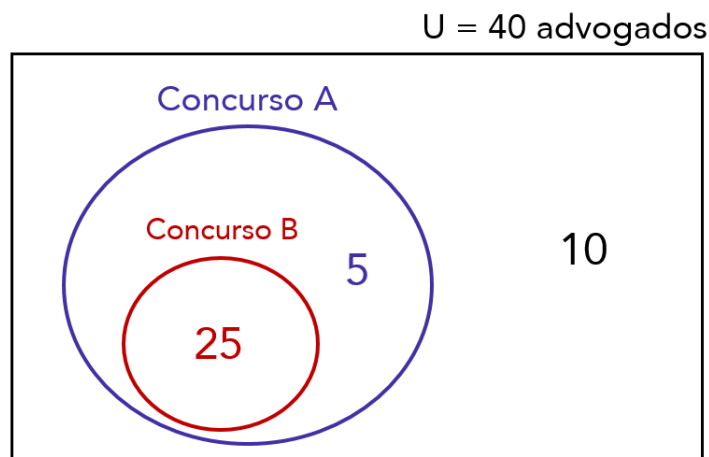
Temos um grupo de 40 advogados, em que há 30 inscritos para um Concurso A e 25 inscritos para um Concurso B.

Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão inequívoca**. Em cada análise, é interessante testar sempre o caso limite.

Antes de verificarmos as alternativas, cumpre destacar que o enunciado da questão **não impede** que tenhamos advogados que **não estejam inscritos no Concurso A nem no concurso B**.

a) no máximo 15 deles estão inscritos nos dois concursos. **ERRADO**.

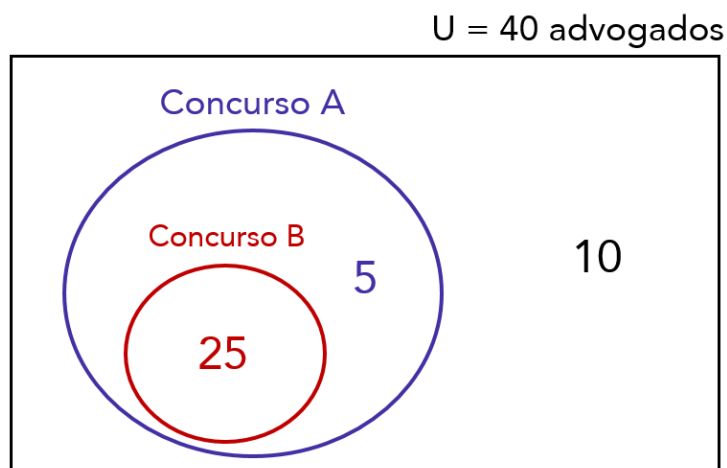
Como não há impedimento de que tenhamos advogados que **não estejam inscritos no Concurso A nem no concurso B**, é possível que todos os 25 que se inscreveram no Concurso B estejam inscritos no Concurso A. Nesse caso, teremos 10 advogados que não estão inscritos no Concurso A nem no concurso B.



b) no máximo 10 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B. **CERTO**. Esse é o gabarito.

Para **maximizarmos** o número de advogados que **não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B**, devemos **maximizar** o número de advogados que fazem os dois concursos. Essa situação ocorre justamente quando todos aqueles que fazem o concurso B também fazem o concurso A.



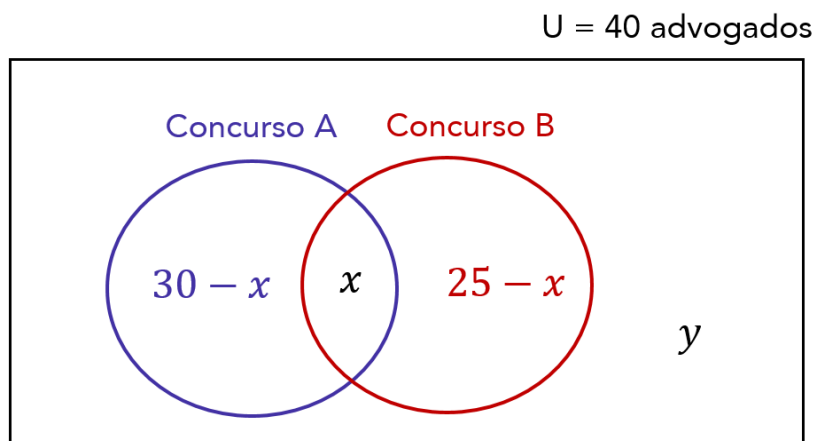


Assim, é correto afirmar que **no máximo 10 advogados não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B**.

c) **no máximo 10 deles estão inscritos apenas no Concurso A. ERRADO.**

Para **maximizar** o número de pessoas inscritas apenas no Concurso A, devemos **minimizar** o número de pessoas que estão inscritas nos dois concursos.

Para melhor compreensão, suponha que x advogados estão inscritos nos dois concursos e y advogados **não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B**. Temos a seguinte representação:



Veja que o número de advogados que estão inscritos apenas no Concurso A é $(30 - x)$. Para maximizar $(30 - x)$, devemos minimizar o valor de x .

Sabemos que a soma das regiões do diagrama é igual a 40. Logo:

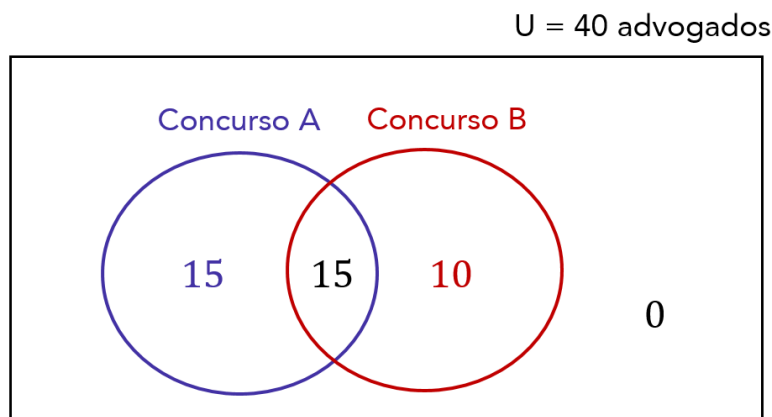
$$(30 - x) + x + (25 - x) + y = 40$$

$$55 - x + y = 40$$

$$x = 15 + y$$



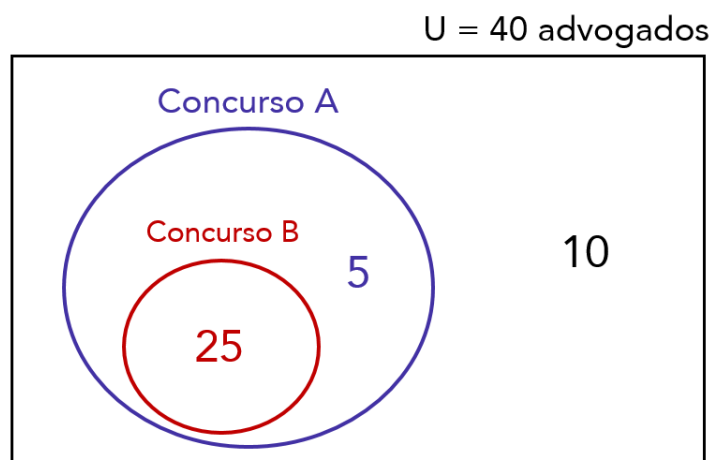
A situação em que x é mínimo ocorre quando $y = 0$, isto é, quando **zero advogados não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B**. Ficamos com a seguinte situação:



Logo, **no máximo 15 advogados estão inscritos apenas no Concurso A**.

d) **no mínimo 15 deles estão inscritos apenas no Concurso B. ERRADO.**

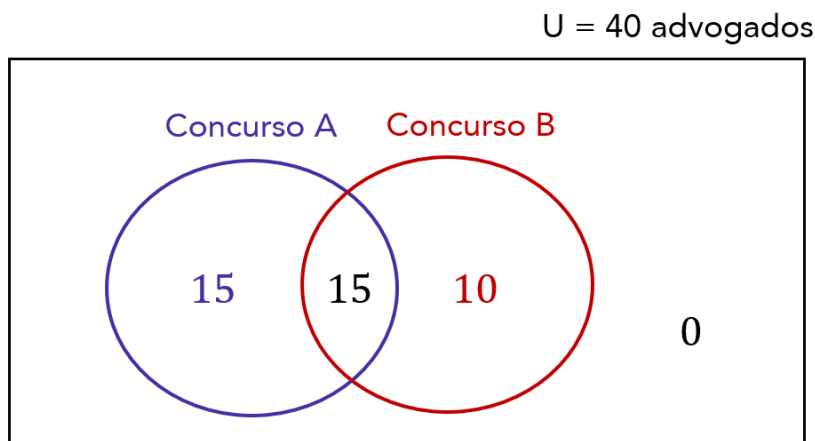
É possível que nenhuma pessoa esteja inscrita apenas no Concurso B. Esse caso ocorre quando todos que se inscreveram no Concurso B também se inscreveram no Concurso A.



e) **no mínimo 5 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B. ERRADO.**

É possível que tenhamos **zero advogados** que não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B, conforme diagrama apresentado na alternativa C.





Gabarito: Letra B.

5.(FGV/CM Aracaju/2021) Em uma sala há N pessoas. Uma dessas pessoas afirma: “Pelo menos 4 pessoas dessa sala fazem aniversário no mesmo mês”.

Para que essa afirmativa seja obrigatoriamente verdadeira, o valor mínimo de N é:

- a) 15;
- b) 16;
- c) 36;
- d) 37;
- e) 48.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos um total de 12 meses no ano. Veja que, se por "azar" tivermos 3 pessoas fazendo aniversário em cada um dos 12 meses, temos um total de $3 \times 12 = 36$ pessoas **sem que 4 pessoas façam aniversário no mesmo mês**.

Partindo-se desse "caso azarado", ao adicionar mais uma pessoa, necessariamente teremos um mês em que 4 pessoas fazem aniversário.

Logo, o valor mínimo de pessoas para que pelo menos 4 façam aniversário no mesmo mês é:

$$\begin{aligned} N &= 36 + 1 \\ &= 37 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.



6.(FGV/FunSaúde CE/2021) Em uma sala há 10 pessoas: 4 advogados, 3 engenheiros, 2 técnicos administrativos e 1 auditor.

É correto afirmar que:

- a) sorteando 4 pessoas ao acaso, 2 serão advogados.
- b) sorteando 5 pessoas ao acaso, pelo menos uma delas será um engenheiro.
- c) sorteando 6 pessoas ao acaso, teremos pessoas de três profissões diferentes.
- d) sorteando 7 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um advogado.
- e) sorteando 8 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um técnico administrativo.

Comentários:

Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão necessariamente verdadeira**.

a) sorteando 4 pessoas ao acaso, 2 serão advogados. ERRADO.

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao sortear 4 pessoas, podemos obter 3 engenheiros e 1 técnico administrativo, por exemplo.

b) sorteando 5 pessoas ao acaso, pelo menos uma delas será um engenheiro. ERRADO.

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao sortear 5 pessoas, podemos obter 4 advogados e 1 técnico administrativo, por exemplo.

c) sorteando 6 pessoas ao acaso, teremos pessoas de três profissões diferentes. ERRADO.

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao sortear 6 pessoas, podemos obter 4 advogados e 2 engenheiros, por exemplo.

d) sorteando 7 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um advogado. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Veja que essa conclusão é necessariamente verdadeira. Podemos pensar em um caso limite em que se evita obter advogados. Nesse caso, veja que **podemos obter somente 6 pessoas: 3 engenheiros, 2 técnicos administrativos e 1 auditor**.

Ao sortear a **sétima pessoa**, note que ela necessariamente ela **será um advogado**. Portanto, sorteando 7 pessoas, é necessariamente verdadeiro que pelo menos uma será um advogado.

e) sorteando 8 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um técnico administrativo. ERRADO.

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao sortear 8 pessoas, podemos obter 4 advogados e 3 engenheiros e 1 auditor, por exemplo.

Gabarito: Letra D.



7. (FGV/PM CE/2021) Uma urna A contém 20 bolas vermelhas e uma urna B contém 21 bolas azuis. Essas são as únicas bolas nas duas urnas.

Transferem-se, aleatoriamente, 5 bolas da urna A para a urna B.

A seguir, também aleatoriamente, transferem-se 6 bolas da urna B para a urna A.

É correto concluir que, ao final,

- a) há exatamente uma bola azul na urna A.
- b) há exatamente 15 bolas azuis na urna B.
- c) não há bolas vermelhas na urna B.
- d) há, no mínimo, uma bola vermelha na urna B.
- e) há, no máximo, 6 bolas azuis na urna A.

Comentários:

Inicialmente, temos **20 bolas vermelhas** na urna A e **21 bolas azuis** na urna B.

Na sequência, realiza-se uma transferência de **5 bolas (que necessariamente são vermelhas)** da urna A para a urna B. Ficamos com a seguinte configuração:

- Urna A: **15 bolas vermelhas**.
- Urna B: **21 bolas azuis** e **5 bolas vermelhas**.

Depois dessa transferência, são transferidas **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A. Com base nessa informação, vamos avaliar as alternativas, assinalando aquela que apresenta uma **conclusão necessariamente verdadeira**.

a) há exatamente uma bola azul na urna A. **ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao transferir **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A, podemos transferir 6 bolas azuis, por exemplo. Nesse caso, ficamos com a seguinte configuração:

- Urna A: **6 bolas azuis** e **15 bolas vermelhas**.
- Urna B: **15 bolas azuis** e **5 bolas vermelhas**.

b) há exatamente 15 bolas azuis na urna B. **ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao transferir **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A, podemos transferir 1 bola azul e 5 bolas vermelhas, por exemplo. Nesse caso, ficamos com a seguinte configuração:

- Urna A: **1 bola azul** e **20 bolas vermelhas**.
- Urna B: **20 bolas azuis**.



c) não há bolas vermelhas na urna B. **ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao transferir **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A, podemos transferir 6 bolas azuis, por exemplo. Nesse caso, ficamos com a seguinte configuração:

- Urna A: **6 bolas azuis** e **15 bolas vermelhas**.
- Urna B: **15 bolas azuis** e **5 bolas vermelhas**.

d) há, no mínimo, uma bola vermelha na urna B. **ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Isso porque, ao transferir **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A, podemos transferir 1 bola azul e 5 bolas vermelhas, por exemplo. Nesse caso, ficamos com a seguinte configuração:

- Urna A: **1 bola azul** e **20 bolas vermelhas**.
- Urna B: **20 bolas azuis**.

e) há, no máximo, 6 bolas azuis na urna A. **CERTO.** Esse é o **gabarito**.

Conforme já vimos antes de avaliarmos as alternativas, a primeira transferência nos traz a seguinte configuração:

- Urna A: **15 bolas vermelhas**.
- Urna B: **21 bolas azuis** e **5 bolas vermelhas**.

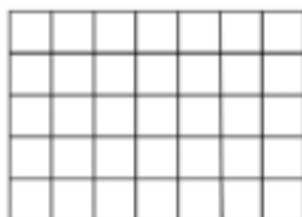
Ao transferir **6 bolas quaisquer** da urna B para a urna A, perceba que, para maximizar o número de bolas azuis na urna A, é necessário que essa transferência ocorra com as **6 bolas azuis**. Nesse caso, ficamos com a seguinte configuração final:

- Urna A: **6 bolas azuis** e **15 bolas vermelhas**.
- Urna B: **15 bolas azuis** e **5 bolas vermelhas**.

Portanto, é necessariamente verdadeiro que após as transferências **há, no máximo, 6 bolas azuis na urna A**.

Gabarito: Letra E.

8. (FGV/IMBEL/2021) No tabuleiro representado a seguir, são colocadas 26 fichas. Cada ficha ocupa uma casa e cada casa ocupada só contém uma ficha.



É correto afirmar que

- a) todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.
- b) alguma linha tem, pelo menos, 6 casas ocupadas.
- c) alguma coluna não tem casas ocupadas.
- d) nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.
- e) todas as linhas têm, pelo menos, 4 casas ocupadas.

Comentários:

Note que, no tabuleiro em questão, temos 5 linhas e 7 colunas. Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão necessariamente verdadeira**.

a) todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas. ERRADO.

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Veja que, com as 26 fichas, podemos ocupar o tabuleiro do seguinte modo, por exemplo.

X	X	X	X	X	X	
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		

b) alguma linha tem, pelo menos, 6 casas ocupadas. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Nessa alternativa, devemos testar o caso limite.

Temos 5 linhas. Veja que, se **evitarmos a possibilidade de ocupar 6 casas em uma linha**, podemos ocupar, no máximo, $5 \times 5 = 25$ casas.

X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		

Partindo-se desse caso limite, ao se adicionar mais uma ficha no tabuleiro, de modo a totalizar 26, **necessariamente teremos uma linha com 6 casas ocupadas**.

X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X	X	
X	X	X	X	X		



Logo, é correto afirmar que necessariamente **alguma linha tem, pelo menos, 6 casas ocupadas**.

c) **alguma coluna não tem casas ocupadas. ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. Veja que, com as 26 fichas, podemos ocupar o tabuleiro do seguinte modo, por exemplo.

X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	
X	X	X	X	X	X	

d) **nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas. ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. O exemplo da alternativa C mostra que podemos ter colunas com 3 casas ocupadas.

e) **todas as linhas têm, pelo menos, 4 casas ocupadas. ERRADO.**

Essa conclusão não é necessariamente verdadeira. O exemplo da alternativa C mostra que podemos ter linhas sem nenhuma casa ocupada.

Gabarito: Letra B.

9.(FGV/Pref. Salvador/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática.

É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

Comentários:

Observe que, se de 20 estudantes **12 são meninas**, temos que $20 - 12 = 8$ **são meninos**. Portanto, temos os seguintes **dados que podem ser extraídos do enunciado**:

- 12 estudantes são meninas;
- 8 estudantes são meninos; e
- 15 estudantes gostam de Matemática.



Note que, se testarmos o "**caso azarado**" em que todos os **8 meninos** gostam de Matemática, ainda assim teríamos $15 - 8 = 7$ **estudantes que gostam de Matemática**. Esses estudantes necessariamente serão meninas, de modo que, inevitavelmente, **no mínimo 7 meninas gostam de Matemática**. O gabarito, portanto, é **letra D**.

Vamos agora avaliar as outras alternativas.

Com base nos dados apresentados pelo problema, observe que **não temos restrições quanto ao número máximo de meninas que podem gostar de Matemática**, contanto que esse número não ultrapasse o total de meninas.

Poderíamos, por exemplo, ter 10 meninas que gostam de matemática. Nesse caso:

- 10 meninas gostam de matemática;
- $12 - 10 = 2$ meninas não gostam de matemática;
- $15 - 10 = 5$ meninos gostam de matemática;
- $8 - 5 = 3$ meninos não gostam de matemática.

Observe que o caso apresentado respeita os dados do enunciado. Com base nesse exemplo, podemos eliminar as alternativas A, B, C e E.

Gabarito: Letra D.



Cebraspe

10.(CESPE/SEFAZ RS/2018) Em um departamento, todo grupo formado com 13 servidores, necessariamente incluirá pelo menos uma mulher, e todo grupo formado com 21 servidores, necessariamente incluirá pelo menos um homem. Se a quantidade de servidores, homens e mulheres, nesse departamento for a maior possível nessas condições, então, nesse departamento, a proporção entre o número de homens e de mulheres, respectivamente, será de

- a) 13:21.
- b) 13:34.
- c) 3:8.
- d) 3:5.
- e) 1:2.

Comentários:

No departamento em questão, temos servidores homens e mulheres.

Note que, **respeitando os dados do enunciado**, queremos saber qual é a maior quantidade de homens e de mulheres.

Observe que, **ao selecionar 13 servidores, necessariamente teremos uma mulher**. Isso significa que **o número máximo de homens é 12**. Isso porque, ao selecionar, 13 servidores, no caso limite vamos selecionar os 12 homens e uma única mulher, de modo que **necessariamente** teremos uma mulher no grupo formado por 13 servidores.

Além disso, note que, **ao selecionar 21 servidores, necessariamente teremos um homem**. Isso significa que **o número máximo de mulheres é 20**. Isso porque, ao selecionar, 21 servidores, no caso limite vamos selecionar as 20 mulheres e um único homem, de modo que **necessariamente** teremos um homem no grupo formado por 21 servidores.

Logo, trabalhando com os valores máximos, a razão entre o número de homens e de mulheres, será de:

$$\frac{\text{Homens}}{\text{Mulheres}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Gabarito: Letra D.

11.(CESPE/TRT 10/2013) Considerando que, dos 10 postos de combustíveis de determinada cidade, exatamente dois deles cometam a infração de vender gasolina adulterada, e que sejam escolhidos ao acaso alguns desses postos para serem fiscalizados, julgue o item seguinte.

Cinco é a menor quantidade de postos que devem ser escolhidos para serem fiscalizados de modo que, com certeza, um deles seja infrator.



Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos 2 postos infratores e 8 postos que não cometeram a infração.

Observe que, ao fiscalizar apenas 8 postos, pode ser que, por azar, tenhamos fiscalizados apenas os 8 postos que não cometeram a infração. Esse é o "caso azarado".

Ao fiscalizarmos mais um posto, **necessariamente** esse novo posto será infrator, pois dentre os postos não fiscalizados temos apenas infratores.

Portanto, para **garantir** que tenhamos um posto infrator dentre os fiscalizados, devemos fiscalizar $8 + 1 = 9$ postos.

Gabarito: ERRADO.

12.(CESPE/DEPEN/2013) Uma pessoa guardou em seu bolso duas notas de R\$ 100, três notas de R\$ 50 e quatro notas de R\$ 20. Essa pessoa deseja retirar do bolso, de forma aleatória, sem olhar para dentro do bolso, pelo menos uma nota de cada valor.

Considerando essa situação, julgue o item a seguir.

Para que ao menos uma nota de cada valor seja retirada do bolso, a pessoa deverá retirar, pelo menos, oito notas.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos 2 notas de R\$ 100, 3 notas de R\$ 50 e 4 notas de R\$ 20.

Observe que se a pessoa retirar todas as **4 notas de R\$ 20** e todas as **3 notas de R\$ 50**, ela **retirou um total de 7 notas sem obter uma nota de cada valor**.

Ao retirar mais uma nota nesse "caso azarado", a pessoa necessariamente irá retirar uma nota de R\$ 100, pois restaram apenas notas desse tipo.

Portanto, para **garantir** que tenhamos ao menos uma nota de cada valor, deve-se retirar $7 + 1 = 8$ notas.

Gabarito: CERTO.



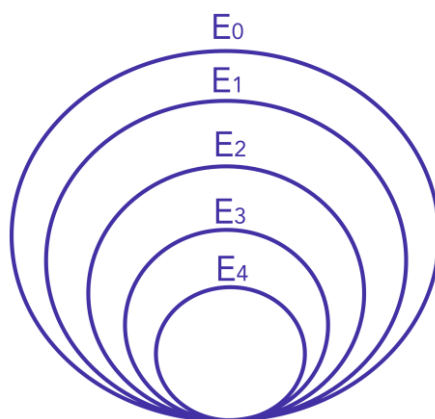
13.(CESPE/ANATEL/2012) Para cada $x = 0, 1, 2, 3$ ou 4 , a partir de um conjunto E de pessoas, E_x corresponde ao conjunto de indivíduos do conjunto E que são clientes de pelo menos x operadoras de telefonia móvel e N_x à quantidade de elementos de E_x . Considerando essas informações, julgue o item que se segue.

A menor quantidade possível de pessoas que devem ser selecionadas no conjunto E , de forma que se tenha certeza de que, entre elas, pelo menos uma seja cliente de alguma operadora de telefonia móvel, é igual a $N_0 - N_1 + 1$.

Comentários:

Primeiramente, deve-se entender que quando um indivíduo está em um grupo de um determinado índice, ele **também está nos grupos de índices inferiores**.

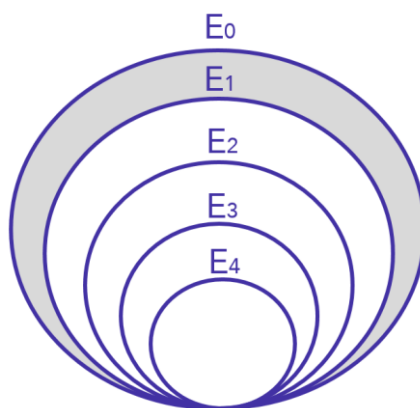
Por exemplo, um indivíduo do grupo E_3 , que é cliente de pelo menos 3 operadoras, também é cliente de pelo menos 2 operadoras. Logo, esse indivíduo também pertence ao grupo E_2 , bem como pertence aos grupos E_1 e E_0 . Graficamente, podemos representar os grupos do seguinte modo:



Observe que o número de pessoas que não são clientes de nenhuma operadora corresponde ao número de pessoas do conjunto E_0 menos o número de pessoas do conjunto E_1 , isto é:

$$\text{Não são clientes de nenhuma operadora} = N_0 - N_1$$

Esses clientes correspondem à área colorida representada na figura abaixo:



Nessa questão de Princípio da Casa dos Pombos, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Veja que, se tivermos o "**azar**" de selecionarmos **todos os indivíduos que não são clientes de nenhuma operadora**, teremos um total de $N_0 - N_1$ pessoas selecionadas sem haver nenhum cliente de alguma operadora.

Ao selecionar mais um indivíduo, necessariamente esse indivíduo será cliente de alguma operadora. Nesse caso, ao selecionar $N_0 - N_1 + 1$ indivíduos, podemos **garantir** que pelo menos uma pessoa selecionada é cliente de alguma operadora de telefonia móvel.

Gabarito: CERTO.

14.(CESPE/PC ES/2011) O Sistema Penitenciário Federal (SPF) iniciou suas atividades em 2006, com o objetivo de custodiar presos de alta periculosidade, visando desarticular o crime organizado e coibir as rebeliões nos estabelecimentos prisionais estaduais. Por meio de concurso público, hoje os quadros do SPF contam com cerca de 1.000 agentes penitenciários, 12 técnicos e 32 especialistas. Dessa forma, a criação do SPF culminou com a redução de 66,99% em rebeliões e motins, nos estados que enviaram presos aos estabelecimentos federais.

Segurança pública com cidadania. Equipe CGPLAN/MJ, ago./2010 (com adaptações).

Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue o item seguinte.

Se forem escolhidos 60 funcionários do quadro do SPF, é correto afirmar que pelo menos 16 serão agentes penitenciários.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Observe que, se por "**azar**" escolhermos os **12 técnicos** e os **32 especialistas**, teremos escolhido **44 funcionários** sem que tenhamos escolhido nenhum agente penitenciário.

Para selecionar 60 funcionários, restam selecionar ainda $60 - 44 = 16$ funcionários. Note que, nesse "**caso azarado**", os próximos 16 funcionários selecionados serão necessariamente agentes penitenciários.

Logo, é correto afirmar que, se forem escolhidos 60 funcionários, **teremos no mínimo (no pior dos casos) 16 agentes penitenciários**.

Gabarito: CERTO.

15.(CESPE/TRE BA/2010) Os 100 empregados de uma empresa foram convocados para escolher, entre 5 opções, o novo logotipo da empresa. O empregado poderá escolher, no momento do voto, a cédula I ou a cédula II.

Caso ele escolha a cédula I, deverá listar as 5 opções de logotipo, na ordem de sua preferência, que serão assim pontuadas:



1.^a – 5 pontos; 2.^a – 4 pontos; 3.^a – 3 pontos; 4.^a – 2 pontos; 5.^a – 1 ponto.

Se escolher a cédula II, deverá indicar 3 das 5 opções, e cada uma receberá 3 pontos.

Acerca dessa escolha de logotipo, julgue o item seguinte.

Se apenas 35 empregados optarem pela cédula II, então qualquer das opções de logotipo receberá pelo menos 170 pontos.

Comentários:

Observe que, como **35 empregados** optaram pela cédula II, então $100 - 35 = 75$ **empregados** optaram pela cédula I.

Temos um total de 5 opções de logotipos.

Suponha que todos os 35 empregados que optaram pela cédula II votaram nas três primeiras opções. Nesse momento, temos o seguinte "placar de pontos":

	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4	Opção 5
Pontos	105	105	105	0	0

Dentre os **75 empregados restantes**, que utilizaram a cédula I, pode ser que todos eles tenham deixado a opção 5 como última na ordem de preferência. Nesse caso, a opção 5, que tinha 0 pontos, passou a ter apenas 75 pontos.

Logo, é **errado** afirmar que **necessariamente qualquer das opções de logotipo receberá pelo menos 170 pontos**.

Gabarito: ERRADO.

16. (CESPE/BRB/2010) Em determinado dia, dois amigos foram os últimos clientes a chegarem ao atendimento de uma agência bancária, no momento em que quatro operadores de caixa estavam fazendo o atendimento. Nas filas desses caixas estavam, naquele momento, 11, 14, 12 e 10 clientes. Os tempos máximos de atendimento de cada cliente por esses operadores de caixa são iguais, respectivamente, a 3, 2, 2, 5 e 2,8 minutos. Até o final do expediente, não ocorreu atendimento especial e os clientes não mudaram de fila até serem atendidos.

Considerando as informações acima e que os dois amigos também foram atendidos, julgue o item a seguir. O tempo máximo esperado para que todos os clientes sejam atendidos é superior a 40 minutos.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Note que, **antes de os dois amigos entrarem nas filas**, temos os seguintes tempos totais de atendimento:



- $11 \times 3 = 33$ minutos;
- $14 \times 2 = 28$ minutos;
- $12 \times 2 = 24$ minutos;
- $10 \times 2,8 = 28$ minutos.

Observe que, no "caso azarado", os dois amigos entram na fila que apresenta o maior tempo total, de **33 minutos**. Para os dois amigos serem atendidos nessa fila, o tempo total será **acrescido em 6 minutos** (3 minutos para cada amigo). Logo, o **tempo máximo** para que todos sejam atendidos, no pior caso, é:

$$33 + 6 = 39 \text{ minutos}$$

Portanto, é errado afirmar que o tempo máximo esperado para que todos os clientes sejam atendidos é superior a 40 minutos.

Gabarito: ERRADO.



FCC

17.(FCC/TJ CE/2022) Um dado com as faces numeradas de 1 a 6 foi lançado cinco vezes e os números na face voltada para cima, em cada um dos lances, somaram 28. Sendo assim,

- a) pelo menos três faces 6 foram observadas.
- b) uma face 4 foi observada.
- c) duas faces 5 foram observadas.
- d) exatamente quatro faces 6 foram observadas.
- e) no máximo três faces 6 foram observadas.

Comentários:

Temos 5 lances de um dado numerado de 1 a 6 e a soma dos lances é igual a 28.

Vamos analisar as alternativas, verificando aquela que apresenta uma **conclusão inequívoca**. Em cada análise, é interessante testar sempre o caso limite.

a) **pelo menos três faces 6 foram observadas. CERTO.** Esse é o **gabarito**.

Nesse momento, vamos tentar **minimizar o número de faces 6** utilizadas para obter a soma 28 e verificar se, de fato, precisamos de **pelo menos três faces 6**.

Note que, se nenhum lançamento do dado apresentar a face de número 6, o máximo de pontos que é possível fazer com cinco lançamentos é:

$$\underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{\substack{\text{5 lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 5}}} = 25$$

Precisamos obter um total de 28 pontos. Suponha que, por "**azar**", ao lançar o dado **obtemos apenas duas faces de número 6**. Nesse caso, o máximo de pontos que é possível fazer com cinco lançamentos é:

$$\underbrace{5 + 5 + 5}_{\substack{\text{3 lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 5}}} + \underbrace{6 + 6}_{\substack{\text{2 lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 6}}} = 27$$

Veja que, nesse "**caso limite**", ainda não temos a soma igual a 28. Ao fazer com que mais um lançamento tenha a face de número 6, **totalizando 3 lançamentos em que a face 6 é observada**, temos:

$$\underbrace{5 + 5}_{\substack{\text{2 lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 5}}} + \underbrace{6 + 6 + 6}_{\substack{\text{3 lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 6}}} = 28$$

Logo, é correto afirmar que **pelo menos três faces 6 foram observadas**. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.



Importante destacar que este é o número mínimo de faces 6 utilizadas. Para obtermos a soma igual a 28, é possível, por exemplo, que tenhamos **uma face 4** e **quatro faces 6**.

$$\begin{array}{c} \underline{4} \\ 1 \text{ lançamento} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 4} \end{array} + \begin{array}{c} \underline{6 + 6 + 6 + 6} \\ 4 \text{ lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 6} \end{array} = 28$$

Para fins didáticos, vamos verificar as demais alternativas.

b) uma face 4 foi observada. ERRADO.

Não é necessário que uma face 4 seja observada. Para obtermos a soma igual a 28, é possível, por exemplo, que tenhamos **duas faces 5** e **três faces 6**.

$$\begin{array}{c} \underline{5 + 5} \\ 2 \text{ lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 5} \end{array} + \begin{array}{c} \underline{6 + 6 + 6} \\ 3 \text{ lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 6} \end{array} = 28$$

c) duas faces 5 foram observadas. ERRADO.

Não é necessário que duas faces 5 sejam observadas. Para obtermos a soma igual a 28, é possível, por exemplo, que tenhamos **uma face 4** e **quatro faces 6**.

$$\begin{array}{c} \underline{4} \\ 1 \text{ lançamento} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 4} \end{array} + \begin{array}{c} \underline{6 + 6 + 6 + 6} \\ 4 \text{ lançamentos} \\ \text{apresentando a face} \\ \text{de número 6} \end{array} = 28$$

d) exatamente quatro faces 6 foram observadas. ERRADO.

Como visto na alternativa B, é possível, por exemplo, que tenhamos **duas faces 5** e **três faces 6**.

e) no máximo três faces 6 foram observadas. ERRADO.

Como visto na alternativa C, é possível, por exemplo, que tenhamos **uma face 4** e **quatro faces 6**.

Gabarito: Letra A.

18.(FCC/TRT 22/2022) Uma competição esportiva entre Alemanha, Brasil e Canadá foi realizada com 10 crianças. O Canadá teve o maior número de participantes na competição. A equipe da Alemanha contou com o mesmo número de meninas e meninos, o mesmo acontecendo com a equipe do Brasil. É correto afirmar que

- a) o Brasil teve em sua equipe apenas uma menina.
- b) o Canadá teve 4 participantes.
- c) a Alemanha teve 4 participantes.



- d) o Canadá teve duas meninas em sua equipe.
e) o Brasil teve duas meninas em sua equipe.

Comentários:

Temos um total de 10 crianças participando da competição.

Sabemos que a equipe da **Alemanha** contou com o mesmo número de meninas e meninos, o mesmo acontecendo com a equipe do **Brasil**. Isso significa que, **em ambas as equipes, devemos ter um número par de crianças**.

Vamos inserir em uma tabela as possibilidades de crianças para **Brasil** e **Alemanha**. Note que, como o total de crianças para as três equipes é 10, a equipe do **Canadá** terá a seguinte quantidade de crianças:

$$10 - (\text{Crianças da equipe da Alemanha}) - (\text{Crianças da equipe do Brasil})$$

Alemanha	Brasil	Canadá
2	2	$10 - 2 - 2 = 6$
2	4	$10 - 2 - 4 = 4$
2	6	$10 - 2 - 6 = 2$
2	8	$10 - 2 - 8 = 0$
4	2	$10 - 4 - 2 = 4$
4	4	$10 - 4 - 4 = 2$
4	6	$10 - 4 - 6 = 0$
6	2	$10 - 6 - 2 = 2$
6	4	$10 - 6 - 4 = 0$
8	2	$10 - 8 - 2 = 0$

Note que o único caso em que **Canadá** teve o **maior número de participantes na competição** é o **primeiro caso**. Portanto:

- Alemanha teve 2 crianças em sua equipe;
- **Brasil teve 2 crianças em sua equipe;**
- Canadá teve 6 crianças em sua equipe.

Como a equipe do Brasil contou com o mesmo número de meninas e meninos, é correto afirmar que **o Brasil teve em sua equipe apenas uma menina**.

Gabarito: Letra A.

19. (FCC/SEFAZ AP/2022) A partir de novembro de 2022, será disputada a Copa do Mundo de Futebol do Catar. Os oito grupos foram sorteados a partir da definição dos cabeças de chave, equipes mais bem posicionadas no ranking internacional. Se todos os cabeças de chave se classificarem em primeiro lugar em seus grupos e vencerem a partida da fase oitavas de final, os jogos da fase quartas de final serão os seguintes:



Jogo 1 – Catar × Argentina

Jogo 2 – Espanha × Brasil

Jogo 3 – Inglaterra × França

Jogo 4 – Bélgica × Portugal

Entre essas oito equipes, há duas sul-americanas (Brasil e Argentina) e uma asiática (Catar, equipe dona da casa), sendo as demais europeias. Com exceção de Catar, Bélgica e Portugal, todos os cabeças de chave já foram campeões mundiais.

Na sequência da competição, os vencedores dos jogos 1 e 2 enfrentam-se em uma das semifinais e os vencedores dos jogos 3 e 4 fazem a outra semifinal. Os vencedores das duas partidas semifinais disputam a grande final, que definirá o campeão mundial de 2022.

Considerando que a configuração das quartas de final descrita acima se confirme, a final da Copa do Mundo de 2022

- a) poderá ser disputada entre Brasil e Argentina.
- b) terá necessariamente uma equipe que nunca foi campeã mundial.
- c) não poderá ser disputada entre duas seleções que já ganharam o mundial.
- d) poderá ter a equipe da casa enfrentando uma seleção sul-americana.
- e) terá necessariamente a participação de uma equipe europeia.

Comentários:

Devemos considerar que a seguinte configuração das quartas de finais se confirme:

Jogo 1 – Catar × Argentina

Jogo 2 – Espanha × Brasil

Jogo 3 – Inglaterra × França

Jogo 4 – Bélgica × Portugal

Sabemos que:

- Os **vencedores dos jogos 1 e 2** enfrentam-se em uma **semifinal**;
- Os **vencedores dos jogos 3 e 4** enfrentam-se em uma **semifinal**;
- Os **vencedores das semifinais** disputam a grande **final**.

Com base nessas informações, vamos avaliar as alternativas.

a) A final da Copa do Mundo de 2022 poderá ser disputada entre Brasil e Argentina. **ERRADO**.

Caso a Argentina ganhe o Jogo 1 e caso o Brasil ganhe o Jogo 2, **Brasil e Argentina poderão se enfrentar somente em uma semifinal**. O vencedor dessa semifinal (Brasil ou Argentina) disputa a final, enquanto o perdedor (Brasil ou Argentina) não disputa a final.



b) A final da Copa do Mundo de 2022 terá necessariamente uma equipe que nunca foi campeã mundial. ERRADO.

Note que, caso a **Argentina** ganhe o Jogo 1 e também ganhe a sua **semifinal** com o vencedor do Jogo 2, ela estará na **final**.

Além disso, caso a **França** ganhe o Jogo 3 e também ganhe a sua **semifinal** com o vencedor do Jogo 4, ela também estará na **final**.

Com esse contraexemplo, **temos o caso de uma final em que as duas equipes já foram campeãs mundiais.**

c) A final da Copa do Mundo de 2022 não poderá ser disputada entre duas seleções que já ganharam o mundial. ERRADO.

O exemplo apresentado na alternativa B mostra que a final poderá ser disputada entre duas seleções que já ganharam o mundial.

d) A final da Copa do Mundo de 2022 poderá ter a equipe da casa enfrentando uma seleção sul-americana. ERRADO.

Para que a equipe da casa (**Catar**) esteja na final, ela **deve vencer o Jogo 1 contra a Argentina** e a sua **semifinal** contra o vencedor do Jogo 2. Mesmo que o vencedor do Jogo 2 seja o Brasil, o **Catar teria que vencer o Brasil em uma semifinal** para ir para a final.

Logo, **não é possível que a equipe da casa (Catar) enfrente na final uma seleção sul-americana (Argentina ou Brasil).**

e) A final da Copa do Mundo de 2022 terá necessariamente a participação de uma equipe europeia. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Veja que, nos Jogos 3 e 4, temos somente equipes europeias. Logo, a **semifinal composta pelos vencedores dos Jogos 3 e 4 será formada por duas equipes europeias. O vencedor dessa semifinal, que é uma equipe europeia, necessariamente participará da final.**

Gabarito: Letra E.

20.(FCC/TRT 9/2022) Em um clube há 5 turmas de Pilates. Os números de homens e de mulheres em cada turma estão na tabela:

Turma	Homens	Mulheres
1	20	10
2	12	18
3	17	13
4	12	18
5	14	16

A direção do clube decidiu que cada turma tenha o mesmo número de homens e de mulheres, mas sem alterar o número total de alunos na turma. Para isso, alguns alunos devem trocar de turma.



O número mínimo de alunos que devem trocar de turma é:

- a) 12.
- e) 14.
- c) 20.
- d) 18.
- e) 16.

Comentários:

Observe que todas as turmas têm **30 alunos**, de modo que esse total por turma não deve ser alterado.

- Turma 1: $20+10 = 30$;
- Turma 2: $12+18 = 30$;
- Turma 3: $17+13 = 30$;
- Turma 4: $12+18 = 30$;
- Turma 5: $14+16 = 30$.

Note que o **total de homens** é **75**, e o **total de mulheres** também é **75**:

- Homens: $20+12+17+12+14 = 75$;
- Mulheres: $10+18+13+18+16 = 75$.

Devemos ter o mesmo número de homens e o mesmo número de mulheres nas cinco turmas. Logo, o número total de homens por turma e o número total de mulheres por turma devem ser $75 \div 5 = 15$.

Para que todas as turmas tenham **15 homens** de modo que o **número de trocas de turma seja mínimo**, é necessário **redistribuir o excesso das turmas 1 e 3** para as turmas 2, 4 e 5.

- Excesso de homens da turma 1: $20-15 = 5$;
- Excesso de homens da turma 3: $17-15 = 2$.

Para que todas as turmas tenham **15 mulheres** de modo que o **número de trocas de turma seja mínimo**, é necessário **redistribuir o excesso das turmas 2, 4 e 5** para as turmas 1 e 3.

- Excesso de mulheres da turma 2: $18-15 = 3$;
- Excesso de mulheres da turma 4: $18-15 = 3$;
- Excesso de mulheres da turma 5: $16-15 = 1$.

Logo, o número mínimo de alunos que devem trocar de turma é:

$$\underbrace{5 + 2}_{\text{Excesso de homens nas turmas 1 e 3}} + \underbrace{3 + 3 + 1}_{\text{Excesso de mulheres nas turmas 2, 4 e 5}} = 14$$

Gabarito: Letra B.



21. (FCC/ISS-Manaus/2019) O número mínimo de pessoas em um grupo para que se garanta que, necessariamente, haja 7 delas que fazem aniversário no mesmo mês do ano é

- a) 83.
- b) 13.
- c) 43.
- d) 23.
- e) 73.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos 12 meses em que pessoas podem fazer aniversário. Se tivermos um total de $6 \times 12 = 72$ pessoas, é possível que em cada mês apenas 6 façam aniversário. Esse é o "caso azarado".

Ao adicionarmos uma pessoa nova ao "caso azarado", necessariamente essa nova pessoa vai fazer aniversário em um mês em que já se tem 6 aniversariantes.

Portanto, para garantir que tenhamos 7 pessoas fazendo aniversário em um mesmo mês, devemos ter um grupo com no mínimo $72 + 1 = 73$ pessoas.

Gabarito: Letra E.

22.(FCC/ISS Manaus/2019) As peças de um jogo estão todas dentro de um saco opaco. Elas vêm em 4 formatos diferentes e cada peça está numerada com um número dentre os seguintes: 1, 2, 3, 4 ou 5. A menor quantidade de peças que devem ser retiradas aleatoriamente do saco para garantir que se tenha, após a retirada, pelo menos 4 peças de um mesmo formato e 3 peças com a mesma numeração é

- a) 15.
- b) 10.
- c) 24.
- d) 18.
- e) 13.

Comentários:

Como há 4 possibilidades de formato e 5 possibilidades de numeração para as peças, entende-se que temos $4 \times 5 = 20$ peças no total.

O enunciado pede a menor quantidade de peças que devem ser retiradas para garantir que se tenha 4 peças de um mesmo formato e também 3 peças com a mesma numeração. São duas condições que devem ser respeitadas **simultaneamente**:



- Garantir que se tenha 3 peças com a mesma numeração; (**Condição 1**)
- Garantir que se tenha 4 peças de um mesmo formato. (**Condição 2**)

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado". Vamos então representar **cada condição isoladamente** em seu "caso azarado".

- **Garantir que se tenha 3 peças com a mesma numeração (Condição 1).**

Para essa condição, temos o "caso azarado" representado abaixo, onde a marcação "X" significa que a peça foi retirada. Nesse caso, ainda não temos 3 peças com a mesma numeração retiradas.

	Formato A	Formato B	Formato C	Formato D
Númeraço 1	X	X		
Númeraço 2	X	X		
Númeraço 3	X	X		
Númeraço 4	X	X		
Númeraço 5	X	X		

Perceba que **retiramos 10 peças. A condição 2 foi satisfeita, mas a condição 1 não foi.**

Estamos a 1 peça de garantir que as condições 1 e 2 sejam respeitadas simultaneamente.

- **Garantir que se tenha 4 peças de um mesmo formato (Condição 2).**

Para essa condição, temos o "caso azarado" representado abaixo, onde a marcação "X" significa que a peça foi retirada. Nesse caso, ainda não temos 4 peças de um mesmo formato.

	Formato A	Formato B	Formato C	Formato D
Númeraço 1	X	X	X	X
Númeraço 2	X	X	X	X
Númeraço 3	X	X	X	X
Númeraço 4				
Númeraço 5				

Perceba que **retiramos 12 peças. A condição 1 foi satisfeita, mas a condição 2 não foi.**

Estamos a 1 peça de garantir que as condições 1 e 2 sejam respeitadas simultaneamente.

Nota-se, portanto, que o "caso azarado" **do problema como um todo** ocorre quando **retiramos 12 peças** e ainda assim não conseguimos fazer com que as condições 1 e 2 sejam respeitadas simultaneamente.

Logo, para **garantir** que as condições 1 e 2 sejam satisfeitas, devemos retirar $12 + 1 = 13$ peças.

Gabarito: Letra E.



23.(FCC/TRT 15/2018) Em uma determinada seção de certa biblioteca, os livros são identificados por números naturais que vão de 100 a 362. Dentre esses livros, há 133 que estão emprestados. Sendo assim, é possível afirmar que, entre os livros emprestados, aqueles identificados por números consecutivos são, pelo menos,

- a) 3.
- b) 6.
- c) 2.
- d) 4.
- e) 5.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

O número total de classificações numéricas para os livros, incluindo a numeração 100, é dada por:

$$362 - 100 + 1 = 263$$

Dessas 263 possíveis numerações temos 132 números pares (incluindo o 100) e 131 números ímpares.

Observe que, por "azar", dentre os 133 livros poderíamos ter emprestado todos os 132 livros pares. Desse modo, teríamos emprestado os seguintes livros (destacados):

100, 101, 102, 103, ..., 360, 361, 362

Observe que, nesse "caso azarado", 133º livro emprestado necessariamente fará com que tenhamos três números consecutivos. Veja o exemplo caso em que o 133º livro emprestado é o de número 361:

100, 101, 102, 103, ..., 360, 361, 362

Portanto, tem-se que o número mínimo de livros consecutivos emprestados é 3.

Gabarito: Letra A.

24. (FCC/SABESP/2018) Dez funcionários possuem salários diferentes. Seus salários, em ordem crescente, são de R\$ 2.000,00; R\$ 2.100,00; R\$ 2.200,00 e assim sucessivamente, sempre aumentando em R\$ 100,00 em relação ao anterior. O número mínimo desses funcionários que devem ser sorteados ao acaso para que se tenha certeza de que os que não foram sorteados tenham soma dos salários inferior a R\$ 14.000,00 é igual a

- a) nove.
- b) seis.
- c) cinco.
- d) sete.
- e) quatro.



Comentários:

A soma de todos os salários é dada por:

$$2.000 + 2.100 + \dots + 2.900 = \underline{24.500}$$

O enunciado pede o **número mínimo de sorteados** que tenham certeza de que “os que **não foram sorteados** tenham **soma** dos salários **inferior** a **14.000**”.

Se os que **foram sorteados** tiverem a soma dos salários **maior do que 10.500** ($24.500 - 14.000$), então os **não sorteados** obrigatoriamente terão a **soma inferior** a **14.000**.

Podemos então reescrever o comando do enunciado: vamos determinar o número **mínimo de selecionados** para que tenhamos certeza de que “os que **foram sorteados** tenham **soma** dos salários **superior** a **10.500**”.

Nessa questão, devemos testar o **caso limite**, ou seja, o “**caso azarado**”.

Veja que, para obter a soma superior a 10.500, o “**caso azarado**” ocorre quando selecionamos os funcionários com menor salário. Se tivermos o azar de selecionar os 4 primeiros funcionários de menor remuneração, obteremos uma remuneração total de 8.600.

Funcionário	Salário	Acumulado
1	R\$ 2.000	R\$ 2.000
2	R\$ 2.100	R\$ 4.100
3	R\$ 2.200	R\$ 6.300
4	R\$ 2.300	R\$ 8.600
5	R\$ 2.400	
6	R\$ 2.500	
7	R\$ 2.600	
8	R\$ 2.700	
9	R\$ 2.800	
10	R\$ 2.900	
Total	R\$ 24.500	

A partir desse caso, veja que, ao sortearmos qualquer outro funcionário, a remuneração somada dos 5 será superior a 10.500.

Logo, para se ter certeza que os que foram **sorteados** tenham **soma** dos salários **superior a 10.500**, devemos selecionar **5 pessoas**. Ou seja, para se ter certeza de que os que **não foram sorteados** tenham soma dos salários **inferior a 14.000**, devemos selecionar **5 pessoas**.

Gabarito: Letra C.



25.(FCC/TRT 6/2018) Na prateleira de uma estante estão dispostos 10 livros de direito, 12 livros de economia e 15 livros de administração. O menor número de livros que se devem retirar ao acaso dessa prateleira para que se tenha certeza de que dentre os livros retirados haja um de direito, um de economia e um de administração é igual a

- a) 26.
- b) 23.
- c) 27.
- d) 28.
- e) 29.

Comentários:

O enunciado pede o menor número de livros que se devem retirar para garantir que se tenha 1 livro de direito, 1 livro de economia e 1 livro de administração.

São **três condições** que devem ser respeitadas **simultaneamente** ao retirar o número mínimo de livros:

- Garantir que se tenha 1 livro de administração; (**Condição 1**)
- Garantir que se tenha 1 livro de economia; (**Condição 2**)
- Garantir que se tenha 1 livro de direito. (**Condição 3**)

Nessa questão, devemos testar o **caso limite**, ou seja, o "**caso azarado**". Vamos então representar **cada condição isoladamente** em seu "**caso azarado**".

- **Garantir que se tenha 1 livro de administração. (Condição 1)**

Para essa condição isolada, o "**caso azarado**" ocorre quando obtemos 10 livros de direito e 12 livros de economia.

Note que **retiramos 22 livros. As condições 2 e 3 foram satisfeitas e a condição 1 não foi.**

Nesse caso, falta retirar apenas mais um livro (**totalizando 23**) para que as condições 1, 2 e 3 sejam respeitadas simultaneamente.

- **Garantir que se tenha 1 livro de economia. (Condição 2)**

Para essa condição isolada, o "**caso azarado**" ocorre quando obtemos 10 livros de direito e 15 livros de administração.

Note que **retiramos 25 livros. As condições 1 e 3 foram satisfeitas e a condição 2 não foi.**

Nesse caso, falta retirar apenas mais um livro (**totalizando 26**) para que as condições 1, 2 e 3 sejam respeitadas simultaneamente.

- **Garantir que se tenha 1 livro de direito. (Condição 3)**

Para essa condição isolada, o "**caso azarado**" ocorre quando obtemos 15 livros de administração e 12 livros de economia

Perceba que nesse caso **retiramos 27 livros. As condições 1 e 2 foram satisfeitas, e a condição 3 não foi.**



Nesse caso, falta retirar apenas mais um livro (**totalizando 28**) para que as condições 1, 2 e 3 sejam respeitadas simultaneamente.

Nota-se, portanto, que o "**caso azarado**" **do problema como um todo** ocorre quando **retiramos 27 livros** e ainda assim não conseguimos fazer com que as condições 1, 2 e 3 sejam respeitadas simultaneamente.

Logo, para **garantir** que as condições 1, 2, e 3 sejam satisfeitas simultaneamente, devemos retirar $27 + 1 = 28$ livros.

Gabarito: Letra D.

26.(FCC/TRT 24/2017) O cadastro de veículos de uma pequena cidade registra 40 veículos de carga e 245 veículos de passeio. Desses 285 veículos cadastrados, 32 são movidos a diesel. Utilizando apenas essas informações, a respeito desses veículos cadastrados, é correto afirmar que,

- a) no máximo, 213 são de passeio movidos a diesel.
- b) no mínimo, 32 são de carga movidos a diesel.
- c) algum veículo de carga é movido a diesel.
- d) no mínimo, 20% dos veículos de carga não são movidos a diesel.
- e) pelo menos, 8 veículos de passeio são movidos a diesel.

Comentários:

Perceba que, pelas informações do enunciado, podemos **maximizar** o número veículos de **passeio** movidos a **diesel**. Não há restrição quanto a isso. Nesse caso, teríamos:

- **32 veículos de passeio movidos a diesel;**
- $245 - 32 = 213$ **veículos de passeio não movidos a diesel;**
- **0 veículos de carga movidos a diesel**
- **40 veículos de carga não movidos a diesel;**

Com esse exemplo, podemos **eliminar as alternativas:**

- a) Temos no máximo **32 veículos de passeio movidos a diesel;**
- b) O menor número de veículos de carga movidos a diesel é zero;
- c) Podemos ter nenhum veículo de carga movido a diesel.

Veja também que, pelo enunciado, pode-se **maximizar** o número veículos de **carga** movidos a **diesel**. Não há restrição quanto a isso. Nesse caso, temos:

- **32 veículos de carga movidos a diesel**
- $40 - 32 = 8$ **veículos de carga não movidos a diesel;**
- **0 veículos de passeio movidos a diesel;**
- **245 veículos de passeio não movidos a diesel.**

Com esse exemplo, podemos **eliminar a alternativa E**. Isso porque podemos ter zero veículos de passeio movidos a diesel.



Veja que, ao maximizarmos o número veículos de carga movidos a diesel, obtém-se a quantidade **mínima** de veículos de carga não movidos a diesel, que é **8**. Esse número representa $8/40 = 20\%$ dos veículos de carga. Pode-se dizer, então, que “no mínimo, 20% dos veículos de carga não são movidos a diesel”.

Gabarito: Letra D.



Vunesp

27.(VUNESP/PC SP/2022) Em um acampamento, as pessoas foram divididas em 3 grupos. O grupo de crianças, com 44 pessoas, o grupo de jovens, com 37 pessoas, e o grupo de adultos, com 60 pessoas. Para uma atividade todas essas pessoas serão chamadas pelo nome, mas sem uma ordem definida.

O menor número de pessoas que devem ser chamadas para garantir que já foram chamadas 2 crianças é

- a) 4.
- b) 99.
- c) 6.
- d) 49.
- e) 60.

Comentários:

Queremos determinar o menor número de pessoas que devem ser chamadas **para garantir que 2 crianças foram chamadas**.

Nesse problema, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Suponha que, por "**azar**", tenhamos chamado todos os **37 jovens** e todos os **60 adultos**. Nesse "**caso azarado**", perceba que **chamamos um total de $37+60 = 97$ pessoas sem que nenhuma criança tenha sido chamada**.

Veja que, a partir desse pior caso, ao chamarmos mais duas pessoas, necessariamente temos a garantia de **que 2 crianças foram chamadas**. Isso porque, nesse pior caso, restam somente crianças para serem chamadas.

Portanto, **para garantir que já foram chamadas 2 crianças**, devemos chamar no mínimo $97+2 = 99$ pessoas.

Gabarito: Letra B.

28. (VUNESP/PC SP/2022) Para realizar um treinamento, as pessoas envolvidas foram separadas em 4 grupos distintos: K com 9 participantes, L com 13 participantes, M com 12 participantes e N com 15 participantes. Os participantes dos grupos K e L, ficaram reunidos juntos na sala 1, e o mesmo aconteceu com os participantes dos grupos M e N na sala 2.

Será retirada, aleatoriamente, certa quantidade de pessoas da sala 1, de modo a se ter certeza de que, pelo menos, duas dessas pessoas sejam do grupo L. Será também retirada, da sala 2, certa quantidade de pessoas, de modo a se ter certeza de que, pelo menos, três dessas pessoas sejam do grupo N. Sendo assim, o número total de pessoas a serem retiradas das duas salas será igual a

- a) 21.
- b) 30.
- c) 26.



d) 13.

e) 5.

Comentários:

Segundo o enunciado:

- Na sala 1, temos 9 pessoas do grupo K e 13 pessoas do grupo L; e
- Na sala 2, temos 12 pessoas do grupo M e 15 pessoas do grupo N.

Devemos obter as seguintes informações:

- **Informação 1:** número de pessoas que devem ser retiradas da sala 1 para garantir que tenham sido retiradas **pelo menos 2 do grupo L**; e
- **Informação 2:** número de pessoas que devem ser retiradas da sala 2 para garantir que tenham sido retiradas **pelo menos 3 do grupo N**.

Para obter as duas informações, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Informação 1

Suponha que, ao retirar aleatoriamente pessoas da sala 1, tenhamos tido o "azar" de retirar todas as 9 pessoas do grupo K. Nesse "caso azarado", perceba que retiramos um total de 9 pessoas da sala 1 sem que tenham sido retiradas pelo menos 2 do grupo L.

Veja que, a partir desse pior caso, ao retirarmos mais duas pessoas, necessariamente temos a garantia de que 2 pessoas do grupo L foram retiradas. Isso porque, nesse pior caso, restam somente pessoas do grupo L na sala 1.

Portanto, **para garantir que tenham sido retiradas pelo menos 2 do grupo L, devemos retiradas no mínimo $9+2 = 11$ pessoas da sala 1.**

Informação 2

Suponha que, ao retirar aleatoriamente pessoas da sala 2, tenhamos tido o "azar" de retirar todas as 12 pessoas do grupo M. Nesse "caso azarado", perceba que retiramos um total de 12 pessoas da sala 2 sem que tenham sido retiradas pelo menos 3 do grupo N.

Veja que, a partir desse pior caso, ao retirarmos mais três pessoas, necessariamente temos a garantia de que 3 pessoas do grupo N foram retiradas. Isso porque, nesse pior caso, restam somente pessoas do grupo N na sala 2.

Portanto, **para garantir que tenham sido retiradas pelo menos 3 do grupo N, devemos retirar no mínimo $12+3 = 15$ pessoas da sala 2.**



Resposta do problema

Devemos retirar **11 pessoas da sala 1** e **15 pessoas da sala 2**. Logo, o número total de pessoas a serem retiradas das duas salas será igual a $11+15 = \underline{26 \text{ pessoas}}$.

Gabarito: Letra C.

29.(VUNESP/Pres Prudente/2022) Um treinamento será dado para 250 pessoas, que serão divididas em 4 grupos, com cada pessoa participando de apenas um grupo. Dessas pessoas, 236 serão divididas uniformemente entre os grupos e as demais pessoas poderão escolher em qual grupo ficar. Quando todas essas pessoas estiverem em seus respectivos grupos, é necessariamente verdade que

- a) nenhum grupo terá 59 pessoas.
- b) todos os grupos terão pelo menos 62 pessoas.
- c) pelo menos um grupo terá mais de 63 pessoas.
- d) no mínimo dois grupos terão menos de 64 pessoas.
- e) um grupo terá mais pessoas do que qualquer outro.

Comentários:

Temos um total de **250 pessoas** que devem ser divididas em quatro grupos.

Sabemos que, inicialmente, **236 pessoas foram divididas uniformemente entre os quatro grupos**. Logo, considerando essas 236 pessoas, cada um dos quatro grupos ficou com $236/4 = \underline{59 \text{ pessoas}}$.

Note que **restam ainda $250-236 = \underline{14 \text{ pessoas}}$ que podem ser distribuídas de qualquer modo nos quatro grupos**.

Com base nisso, vamos avaliar as alternativas e assinalar aquela que necessariamente é verdadeira.

a) nenhum grupo terá 59 pessoas. ERRADO.

Note que, se as 14 pessoas restantes forem todas para um determinado grupo, teremos **três grupos com 59 pessoas e um grupo com $59+14 = 73 \text{ pessoas}$** .

Logo, **é errado afirmar que nenhum grupo terá 59 pessoas**, pois acabamos de mostrar um exemplo que respeita as orientações do enunciado e que apresenta três grupos com 59 pessoas.

b) todos os grupos terão pelo menos 62 pessoas. ERRADO.

Conforme apresentado na alternativa A, podemos ter **três grupos com 59 pessoas e um grupo com $59+14 = 73 \text{ pessoas}$** . Logo, **é errado afirmar que todos os grupos terão pelo menos 62 pessoas**.

c) pelo menos um grupo terá mais de 63 pessoas. ERRADO.



Veja que, se das 14 pessoas restantes distribuirmos 4 pessoas para o primeiro grupo, 4 para o segundo, 4 para o terceiro e 2 para o quarto, teremos a seguinte quantidade de pessoas em cada grupo:

- $59+4 = 63$ pessoas nos três primeiros grupos; e
- $59+2 = 61$ pessoas no quarto grupo.

Logo, **é errado afirmar que pelo menos um grupo terá mais de 63 pessoas**, pois acabamos de mostrar um exemplo que respeita as orientações do enunciado em que não temos nenhum grupo com mais de 63 pessoas.

d) no mínimo dois grupos terão menos de 64 pessoas. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Nessa alternativa, devemos testar o **caso limite**. Para tanto, **vamos tentar evitar que dois grupos tenham menos de 64 pessoas**.

Veja que, no **caso limite**, **teremos três grupos com exatamente 64 pessoas e um grupo com menos de 64 pessoas**.

Observe, porém, que nesse caso limite o grupo com menos de 64 pessoas terá um total de:

$$250 - 3 \times 64 = 58 \text{ pessoas}$$

Veja que isso viola o enunciado, pois cada um dos grupos terá ao menos 59 pessoas por conta da divisão inicial. Para que tenhamos no mínimo 59 pessoas no grupo com menos de 64 pessoas, **devemos tomar uma pessoa de um dos grupos com 64 pessoas**. Nesse caso, para estar de acordo com o enunciado, **necessariamente teremos dois grupos com menos de 64 pessoas**.

e) um grupo terá mais pessoas do que qualquer outro. ERRADO.

Conforme visto na alternativa C, podemos ter três grupos com 63 pessoas e um grupo com 61 pessoas.

Gabarito: Letra D.

30. (VUNESP/PC SP/2022) Para o treinamento em uma empresa, todos os 250 funcionários foram divididos em 3 grupos, de maneira que cada funcionário participou de apenas um grupo. O coordenador do treinamento escolheu 80 pessoas para cada grupo e os 10 funcionários restantes foram distribuídos por sorteio da seguinte maneira: em um saco foram colocadas 3 bolas, numeradas de 1 a 3; cada um dos 10 funcionários, um por vez, pegou uma bola do saco e foi para o grupo indicado pelo número da bola, devolvendo em seguida a bola para o saco.

Após os grupos estarem formados, é certo que

- a) o grupo com mais funcionários tinha 84 pessoas.
- b) um grupo ficou com mais de 84 pessoas.
- c) algum grupo tem, no máximo, 83 pessoas.



- d) nenhum grupo ficou com 80 pessoas.
- e) pelo menos um grupo ficou com 83 pessoas.

Comentários:

Temos um total de **250 funcionários** que devem ser divididos em três grupos.

Sabemos que, inicialmente, o coordenador do treinamento escolheu 80 pessoas para cada grupo, de modo que **cada um dos grupos ficou com 80 pessoas**.

Após essa distribuição, **restaram 10 pessoas** que foram distribuídas nos três grupos de maneira aleatória.

Com base nisso, vamos avaliar as alternativas e **assinalar aquela que é necessariamente verdadeira**.

a) o grupo com mais funcionários tinha 84 pessoas. ERRADO.

É possível que as 10 pessoas tenham sido sorteadas para o mesmo grupo, de modo que um grupo tenha ficado com **$80+10 = 90$ funcionários** e os outros dois grupos tenham ficado com 80 funcionários. **Logo, não é necessariamente verdade que o grupo com mais funcionários tinha 84 pessoas.**

b) um grupo ficou com mais de 84 pessoas. ERRADO.

Note que, das 10 pessoas sorteadas, é possível que quatro tenham ido para o primeiro grupo, três para o segundo e três para o terceiro grupo. Nesse caso, teremos a seguinte quantidade de funcionários em cada grupo:

- $80+4 = 84$ pessoas no primeiro grupo; e
- $80+3 = 83$ pessoas no segundo e no terceiro grupo.

Logo, **é errado afirmar que um grupo ficou com mais de 84 pessoas**, pois acabamos de mostrar um exemplo que respeita as orientações do enunciado em que não temos nenhum grupo com mais de 84 pessoas.

c) algum grupo tem, no máximo, 83 pessoas. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Queremos saber se é obrigatoriamente verdade que em algum dos três grupos teremos, no máximo, 83 pessoas. Em outras palavras, **queremos saber se é obrigatoriamente verdade que ao menos um grupo tenha 83 pessoas ou menos**.

Nessa alternativa, devemos testar o **caso limite**. Para tanto, **vamos tentar evitar que um grupo tenha 83 pessoas ou menos**.

Note que, se os três grupos tiverem 84 pessoas, o total de funcionários supera os **250 funcionários originais**, pois **$84 \times 3 = 252$** . Logo, para respeitar as condições do enunciado, **devemos remover duas pessoas desses três grupos**. De qualquer modo, seja removendo uma pessoa de dois grupos, seja removendo duas pessoas de um grupo, **teremos ao menos um grupo com 83 pessoas ou menos**.

Portanto, para estar de acordo com o enunciado, **é obrigatoriamente verdadeiro que algum grupo tem, no máximo, 83 pessoas**.



d) nenhum grupo ficou com 80 pessoas. **ERRADO.**

Não é obrigatoriamente verdade que nenhum grupo ficou com 80 pessoas. Conforme mostrado na alternativa A, podemos ter um grupo com 90 pessoas e dois grupos com 80 pessoas.

e) pelo menos um grupo ficou com 83 pessoas. **ERRADO.**

Não é obrigatoriamente verdade que pelo menos um grupo ficou com 83 pessoas. Conforme mostrado na alternativa A, podemos ter um grupo com 90 pessoas e dois grupos com 80 pessoas.

Gabarito: Letra C.

31.(VUNESP/PC SP/2022) Em uma universidade, acontecem 151 aulas ao mesmo tempo, em 151 salas de aula diferentes. Todas as salas de aula têm mais de 20 alunos e nenhuma sala de aula tem mais de 45 alunos. Nessas condições, há salas de aula com o mesmo número de alunos, e as condições permitem, a princípio, que haja 151 salas de aula todas com o mesmo número de alunos.

Considerando que o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos seja N, o menor valor possível para N é

- a) 3.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 7.

Comentários:

Temos um **total de 151 salas**. Segundo o enunciado, **as salas podem ter um número de alunos superior a 20 e menor ou igual a 45**.

Perceba que a quantidade de alunos em cada sala pode ser **21, 22, 23, 24, ..., 44 ou 45 alunos**. Portanto, temos **$45 - 21 + 1 = 25$ possibilidades de número de alunos para as salas**.

Ao atribuir uma dessas 25 possibilidades de número de alunos para cada uma das 151 salas, é notável que é impossível que todas as 151 salas tenham números de alunos distintos, pois 151 é maior do que 25.

Note que, **ao realizar a atribuição de número de alunos para as salas, podemos identificar o maior número N de salas de aula com o mesmo número de alunos**.

Veja que, por exemplo, poderíamos ter **148 salas com 40 alunos e 3 salas com 35 alunos**. Nesse caso, o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos é **$N = 148$** . **Observe que esse exemplo não nos traz o menor valor possível para N**. Isso porque existem diversos outros exemplos em que o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos é menor do que 148. Se tomarmos, por exemplo,



101 salas com 45 alunos, 25 salas com 40 alunos e 25 salas com 35 alunos, o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos é **$N = 101$** .

A questão nos pede o menor valor possível para N , sendo N o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos.

Nesse problema, devemos testar o "**caso limite**" em que **minimizamos o número de salas de aulas com o mesmo número de alunos**.

Veja que, **ao dividir as 151 salas pelas 25 possibilidades de número de alunos**, obtemos **quociente 6** e **resto 1**. Isso significa que, ao tentar dividir as 25 possibilidades de número de alunos igualmente para as 151 salas, **24 possibilidades serão utilizadas por 6 salas e, além disso, uma determinada possibilidade de número de alunos deverá ser utilizada por $6+1 = 7$ salas**.

Se as 7 salas tiverem, por exemplo, 21 alunos, teríamos a seguinte distribuição:

- **7 salas** com **21 alunos**;
- **6 salas** com **22 alunos**;
- **6 salas** com **23 alunos**;
- ...
- **6 salas** com **44 alunos**;
- **6 salas** com **45 alunos**.

Portanto, **ao minimizamos o número de salas de aulas com o mesmo número de alunos, o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos é $N = 7$** . Consequentemente, **o menor valor possível para N é 7**.

Gabarito: Letra E.

32. (VUNESP/TJ SP/2021) Na gaveta de camisetas de Jeferson há 5 camisetas pretas, 7 camisetas vermelhas e 9 camisetas azuis. O menor número de camisetas que Jeferson precisará retirar da gaveta, de maneira aleatória e sem saber quais camisetas estão saindo, para ter certeza de ter retirado pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul, é

- a) 14.
- b) 18.
- c) 16.
- d) 20.
- e) 17.

Comentários:



Temos uma gaveta com **5 camisetas pretas**, **7 camisetas vermelhas** e **9 camisetas azuis**. Queremos obter o **menor número de camisetas que precisam ser retiradas para garantir que tenhamos pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**.

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Observe que, se retirarmos **7 camisetas vermelhas** e **9 camisetas azuis**, retiramos um total de **16 camisetas** sem que tenhamos cumprido o critério de ter "**pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**". Isso porque, apesar de termos mais camisetas azuis que o necessário, ainda não temos nenhuma camiseta preta.

Ao retirar a mais uma camiseta, observe que **necessariamente** teremos "**pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**". Isso porque as camisetas restantes na gaveta são pretas, de modo que, nessa última retirada, necessariamente obtivemos a camiseta preta que faltava.

Portanto, para ter certeza de ter retirado **pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**, é necessário retirar $16+1 = 17$ camisetas. O gabarito, portanto é **letra E**.

Observação: alguns alunos podem se questionar se o "caso azarado" não poderia ser retirar **5 camisetas pretas e 7 camisetas vermelhas**.

Nesse caso, teríamos retirado $5+7 = 12$ camisetas sem ter cumprido o critério de termos "**pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**" e, ao retirar mais uma camiseta, retirariamos a azul que faltava, cumprido com o critério.

Segundo esse raciocínio equivocado, precisaríamos de $12+1 = 13$ camisetas para **necessariamente** termos "**pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul**".

Veja que esse raciocínio está equivocado porque, conforme visto na resolução da questão, **a retirada de 16 camisetas (número este maior do que 13) não garante que tenhamos "pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul"**. Isso porque o caso mais azarado possível não é aquele em que retiramos todas as camisetas pretas e todas as camisetas vermelhas, mas sim aquele em que retiramos todas as vermelhas e todas as azuis.

Gabarito: Letra E.

33.(VUNESP/FAMERP/2016) A escala de coma de Glasgow é utilizada como primeira avaliação do nível de consciência de pacientes com trauma craniano. Essa escala consiste em avaliar o paciente em três testes, que são: ocular (O), verbal (V) e motor (M). O especialista que avalia o paciente atribui de 1 a 4 pontos para O, de 1 a 5 pontos para V e de 1 a 6 pontos para M. Um trauma cranioencefálico é considerado grave se a pontuação total é de 3 a 8 pontos, moderado se é de 9 a 13 pontos, e leve se é de 14 a 15 pontos.

(<http://misodor.com>. Adaptado.)

Se um paciente foi avaliado na escala de Glasgow com classificação moderada de trauma, é correto afirmar que ele obteve, necessariamente, pontuação

- a) de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes.
- b) de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes.



- c) maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes.
- d) máxima em pelo menos um dos três testes.
- e) menor do que 3 em apenas um dos três testes.

Comentários:

Note que, se tivermos a **classificação moderada** de trauma, **temos um total de 9 a 13 pontos**. Lembre-se, ainda, que esses pontos devem ser distribuídos entre:

- O, que admite entre **1 e 4 pontos**;
- V, que admite entre **1 e 5 pontos**; e
- M, que admite entre **1 e 6 pontos**.

Vamos avaliar as alternativas.

a) O paciente obteve a pontuação de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes. ERRADO.

Podemos obter **3 pontos em O**, **4 pontos em V** e **2 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado (total de 9 pontos)** e as pontuações de **dois testes**, O e V, apresentam 1 unidade inferior ao máximo.

b) O paciente obteve a pontuação de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes. ERRADO.

Podemos obter **2 pontos em O**, **3 pontos em V** e **4 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado (total de 9 pontos)** e as pontuações de **dois testes**, O e V, apresentam 2 unidades inferiores ao máximo.

c) O paciente obteve a pontuação maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes. CERTO.

Nessa alternativa, devemos testar o [caso limite](#).

Temos que atingir um **mínimo de 9 pontos** para termos a **classificação moderada**.

Note que, se obtivermos todos os pontos do teste com o maior número de pontos (**M, 6 pontos**) e obtivermos apenas **1 ponto em O** e **1 ponto em V**, temos um **total de 8 pontos**. Nesse caso, não obtemos a **classificação moderada**.

Veja, então, que mesmo escolhendo o teste que permite maior pontuação (M) para ter pontuação máxima, é **impossível obtermos a classificação moderada com os demais obtendo apenas 1 ponto**.

Logo, **é necessário que a pontuação seja maior do que 1 em pelo menos dois testes**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

d) O paciente obteve a pontuação máxima em pelo menos um dos três testes. ERRADO.



Podemos obter **3 pontos em O**, **4 pontos em V** e **2 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado** (total de 9 pontos) e nenhum dos testes atingiu a pontuação máxima.

e) O paciente obteve a pontuação menor do que 3 em apenas um dos três testes. **ERRADO.**

Podemos obter **2 pontos em O**, **2 pontos em V** e **5 pontos em M**, por exemplo. Nesse caso, temos um **trauma moderado** (total de 9 pontos) e as pontuações de **dois testes**, O e V, são inferiores a 3.

Gabarito: Letra C.

34.(VUNESP/CMSJC/2014) Sabe-se que, em uma escola, estudam 175 alunos. Dentre eles, 54 só escrevem com a mão esquerda. Cinco dos alunos escrevem tanto com a mão esquerda quanto com a mão direita. Os demais alunos escrevem apenas com a mão direita. Em certa ocasião, em que todos os alunos estavam presentes na escola, foram sorteados 125 alunos para participarem de uma excursão a um museu.

Entre os alunos sorteados, o menor número possível de alunos que somente escrevem com a mão esquerda é

- a) 111.
- b) 59.
- c) 51.
- d) 4.
- e) 0.

Comentários:

O número de alunos que **escrevem somente com a mão direita** é:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{total de} \\ \text{alunos} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{alunos que escrevem somente} \\ \text{com a mão esquerda} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{alunos que escrevem} \\ \text{com ambas as mãos} \end{array} \right) \\ &= 175 - 54 - 5 \\ &= 116 \end{aligned}$$

Portanto, temos alunos que:

- Escrevem somente com a mão esquerda (**54**);
- Escrevem com ambas as mãos (**5**); e
- Escrevem somente com a mão direita (**116**).

Ao **sortear 125 alunos**, queremos o **menor número possível** de alunos que **somente escrevem com a mão esquerda**.



Nesse caso, devemos selecionar todos os alunos que **escrevem somente com a mão direita** (116) e todos os alunos que **escrevem com ambas as mãos** (5), totalizando **121 alunos**.

Portanto, o **número mínimo de alunos** no grupo de 125 alunos **que somente escrevem somente com a mão esquerda** é:

$$125 - 121 = 4$$

Gabarito: Letra D.

35. (VUNESP/PC SP/2013) Gabriel e Giovane são dois irmãos gêmeos que têm o hábito de escolher a mesma cor para os pares de meia que vão calçar. Assim, por exemplo, se um deles, em certo dia, usa meias pretas, o outro também usa meias pretas nesse dia. Eles guardam suas meias em um mesmo saco que está sempre desorganizado, de modo que as meias estão misturadas e não estão arrumadas em pares de mesma cor. Um certo dia, o saco tinha um total de 12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas. Nesse dia, para decidir qual cor usariam, começaram a tirar uma meia por vez do saco até que fossem tiradas quatro meias da mesma cor. O número máximo de retiradas que eles farão do saco até conseguirem as meias desejadas será

- a) 16.
- b) 10.
- c) 8.
- d) 4.
- e) 12.

Comentários:

Temos um saco com **12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas**. Queremos obter o **número de meias que precisam ser retiradas para garantir que tenhamos 4 meias de uma mesma cor**.

Nessa questão, devemos testar o **caso limite**, ou seja, o "**caso azarado**".

Observe que, se retirarmos **3 meias marrons, 3 meias pretas e 3 meias brancas**, retiramos um total de **9 meias** sem que tenhamos 4 meias de uma mesma cor.

Ao retirar a **décima meia**, observe que **necessariamente** teremos **4 meias de uma mesma cor**.

Logo, o número máximo de retiradas que garante que tenhamos 4 meias de uma cor é **10**.

Gabarito: Letra B.



36.(VUNESP/Pref SJC/2012) Cada ser do planeta XEK possui de 10 mil a 50 mil células. O número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, certamente tenhamos pelo menos três seres com o mesmo número de células é

- a) 40 001.
- b) 40 003.
- c) 80 001.
- d) 80 003.
- e) 12 000.

Comentários:



Note que cada ser do planeta XEK tem necessariamente entre 10.000 e 50.000 células. Portanto, existem **40.001 possibilidades de números de células**:

$$\frac{10.000; 10.001; 10.002; \dots; 49.998; 49.999; 50.000}{40.001 \text{ possibilidades de números de células}}$$

Professor, não se trata de 40.000 possibilidades?

Não, caro aluno!

Veja que, se tivéssemos **entre 2 e 4 células**, teríamos:

$$4 - 2 + 1 = 3 \text{ possibilidades}$$

As possibilidades de números de células seriam justamente **2 células, 3 células e 4 células**.

Para o problema em questão, os seres do planeta XEK têm **entre 10 mil e 50 mil células**, de modo que o número de possibilidades é:

$$50.000 - 10.000 + 1 = 40.001 \text{ possibilidades}$$

Voltando ao problema, temos **40.001 possibilidades de número de células** que os seres do planeta XEK podem ter.

Nesse problema, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Observe que, se:

- **2 seres** tiverem **10.000** células;
- **2 seres** tiverem **10.001** células;
- ...



- **2 seres** tiverem **49.999** células; e
- **2 seres** tiverem **50.000** células.

Nesse "**caso azarado**", temos $40.001 \times 2 = 80.002$ seres **sem que tenhamos três seres com o mesmo número de células**.

Note que se no nosso conjunto adicionarmos mais um ser desse planeta, **necessariamente** teremos três seres com o mesmo número de células.

Portanto, o número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, **certamente** tenhamos pelo menos **três seres** com o mesmo número de células é:

$$80.002 + 1 = 80.003$$

Gabarito: Letra D.



Outras Bancas

37.(IDECAN/PM CE/2023) No CIOPS existe um serviço de supervisor de turno, ou seja, é o oficial responsável pela fiscalização dos operadores que conduzem as ocorrências via rádio e/ou TMD da viatura. Qual é o número de oficiais que tiram esse serviço para que pelo menos três façam aniversário no mesmo mês?

- a) 25
- b) 30
- c) 36
- d) 48
- e) 96

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos **12 possíveis meses** em que os oficiais podem fazer aniversário: de **janeiro a dezembro**.

Veja que, ao dispormos de $2 \times 12 = \mathbf{24}$ **oficiais**, podemos ter o "**azar**" de **termos 2 aniversariantes em cada um dos 12 meses**.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, ao acrescentarmos mais um oficial**, é garantido que **pelo menos três façam aniversário no mesmo mês**.

Logo, dispondo de $\mathbf{24 + 1 = 25}$ **oficiais**, necessariamente é verdade que pelo menos três fazem aniversário no mesmo mês. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.

38.(IBADE/CRM AC/2022) Uma professora ganhou 50 lápis, 32 canetas, 48 borrachas e 42 cadernos. Quantos kits ela consegue montar com um item de cada?

- a) Ela consegue montar 50 kits.
- b) Ela consegue montar 32 kits.
- c) Ela consegue montar 38 kits.
- d) Ela consegue montar 48 kits.
- e) Ela consegue montar 42 kits.

Comentários:

Note que cada kit montado deve conter **1 lápis, 1 caneta, 1 borracha e 1 caderno**.



Além disso, perceba que, dentre os itens que a professora recebeu, o de menor quantidade foi a caneta.

Logo, **como ela recebeu apenas 32 canetas, a professora consegue montar apenas 32 kits**. Isso porque, ao tentar montar o 33º kit, não haverá canetas para montá-lo.

Gabarito: Letra B.

39.(Legalle/CM POA/2022) Algumas demandas que chegaram na Câmara Municipal serão distribuídas entre 8 Vereadores que fazem parte de uma comissão que fora criada especialmente para tal. O sistema de distribuição adotado distribui o número de demandas de forma igualitária entre os Vereadores, até o máximo possível. Caso sobrem demandas, elas são distribuídas de forma unitária por ordem alfabética. Considerando 27 demandas, analise as assertivas.

I. Na ordem alfabética, o terceiro Vereador ficará com 4 demandas.

II. É possível afirmar que mais da metade dos Vereadores terá a mesma quantidade de demandas.

III. O penúltimo Vereador, na ordem alfabética, terá mais demandas que o último Vereador.

Está(ão) CORRETA(S):

- a) Apenas II.
- b) Apenas I e III.
- c) I, II e III.
- d) Apenas I e II.
- e) Apenas III.

Comentários:

Temos um total de **27 demandas** para serem distribuídas entre **8 vereadores**.

Sabemos que as demandas são **divididas de forma igualitária até o máximo possível** e, **ao restar demandas, elas são distribuídas de forma unitária em ordem alfabética**.

Ao dividirmos **27** por **8**, obtemos **quociente 3** e **resto 3**. Logo:

- **Cada vereador deve receber 3 demandas** por meio da divisão igualitária (**quociente 3**); e
- As três demandas restantes (**resto 3**) serão **distribuídas para os três primeiros vereadores**, em ordem alfabética, **de modo que três dos oito vereadores tenham 4 demandas**.

Portanto, na **ordem alfabética**:

- Os **3 primeiros** vereadores terão **4 demandas**; e
- Os **8-3 = 5 últimos** vereadores terão **3 demandas**.

Com base nisso, vamos avaliar as assertivas:



I. Na ordem alfabética, o terceiro Vereador ficará com 4 demandas. CERTO.

Conforme observado, os três primeiros vereadores, na ordem alfabética, ficarão com 4 demandas. Logo, é correto afirmar que o terceiro Vereador ficará com 4 demandas.

II. É possível afirmar que mais da metade dos Vereadores terá a mesma quantidade de demandas. CERTO.

Vimos que os 5 últimos vereadores ficarão com 3 demandas. Logo, é correto afirmar que mais da metade dos Vereadores terá a mesma quantidade de demandas.

III. O penúltimo Vereador, na ordem alfabética, terá mais demandas que o último Vereador. ERRADO.

Na ordem alfabética, os cinco últimos vereadores terão a mesma quantidade de demandas: três. Logo, o penúltimo e o último vereador terão a mesma quantidade de demandas.

Gabarito: Letra D.

40. (Instituto Consulplan/PM RN/2022) Na maternidade de determinado hospital, trabalham 55 enfermeiros. Em cada jornada de trabalho são escalados 20 enfermeiros para a execução das tarefas diárias. A administradora do hospital decidiu ofertar um curso de qualificação a todos os profissionais desse setor. Qual o número mínimo de enfermeiros que deverão fazer o curso de qualificação, para que em cada jornada de trabalho haja pelo menos um enfermeiro qualificado?

- a) 20
- b) 25
- c) 26
- d) 35
- e) 36

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos um total de **55 enfermeiros** que trabalham na maternidade de determinado hospital. **Em cada jornada de trabalho:**

- **20 enfermeiros são escalados** para execução das tarefas diárias; e
- $55 - 20 =$ **35 enfermeiros não estão na escala** daquela jornada.

Veja que, **se 35 enfermeiros fizerem o curso de qualificação**, podemos ter o "**azar**" de que, em uma determinada jornada de trabalho, todos os enfermeiros com o curso não estejam naquela escala.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, se mais um enfermeiro fizer o curso (totalizando 36), é garantido em cada jornada de trabalho haverá pelo menos um enfermeiro qualificado**. Isso porque, mesmo



que todos os enfermeiros que não estão na escala sejam qualificados, ainda restará $36 - 35 = 1$ enfermeiro que está na escala daquela jornada.

Logo, o número mínimo de enfermeiros que deverão fazer o curso de qualificação para garantir que em cada jornada de trabalho haja pelo menos um enfermeiro qualificado é **36**.

Gabarito: Letra E.

41. (IBADE/GCM SP/2022) Considere que em uma sala de aula há N alunos. O professor afirma aos alunos que há, pelo menos, 4 alunos diferentes fazendo aniversário no mesmo mês. Para tornar essa afirmação obrigatoriamente verdadeira, o valor mínimo de N é:

- a) 4.
- b) 12.
- c) 48.
- d) 25.
- e) 37.

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos **12 possíveis meses** em que os alunos podem fazer aniversário: de **janeiro a dezembro**.

Veja que, ao dispormos de $3 \times 12 = 36$ alunos, podemos ter o "**azar**" de termos **3 aniversariantes em cada um dos 12 meses**.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, ao acrescentarmos mais um aluno**, é garantido que pelo menos quatro façam aniversário no mesmo mês.

Logo, dispondo de $36 + 1 = 37$ alunos, necessariamente é verdade que há, pelo menos, 4 alunos diferentes fazendo aniversário no mesmo mês. O **gabarito**, portanto, é **letra E**.

Gabarito: Letra E.

42. (Instituto Consulplan/CM Parauapebas/2022) Luciano guarda todas as suas bandanas em uma caixa. Essa caixa possui 22 bandanas, sendo oito roxas, sete verdes, uma lilás, quatro vermelhas e duas azuis. Em um certo dia, Luciano pegou algumas bandanas na caixa de maneira aleatória. Com base nessas informações, qual o número mínimo de bandanas Luciano deve pegar para ter a garantia de que tenha ao menos duas bandanas com a mesma cor?



- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Temos um total de 22 bandanas com 5 cores diferentes:

- 8 roxas;
- 7 verdes;
- 1 lilás;
- 4 vermelhas; e
- 2 azuis.

Veja que, se Luciano pegar 5 bandanas, podemos ter o "azar" de pegar uma bandana de cada cor. Nesse caso, não teremos ao menos duas bandanas com a mesma cor.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, ao pegar mais uma bandana, é garantido ele terá ao menos duas bandanas com a mesma cor.**

Logo, **pegando** $5+1 = 6$ **bandanas**, é garantido ele terá ao menos duas bandanas com a mesma cor.

Gabarito: Letra D.

43. (Instituto Consulplan/CM Parauapebas/2022) Para visitar uma grande vinícola, 253 turistas foram divididos em 4 grupos de modo que cada um participasse de somente um grupo. O coordenador da visita colocou, inicialmente, 60 pessoas em cada grupo. Posteriormente, uma urna com 4 bolas, enumeradas de 1 a 4, foi utilizada, com reposição, para distribuir os turistas restantes de forma que cada um retirasse uma bola da urna e fosse em direção ao grupo indicado. Após a formação de todos os grupos, é correto afirmar que:

- a) Nenhum grupo teve 60 turistas.
- b) Um grupo possui mais de 64 turistas.
- c) Pelo menos um grupo teve 63 turistas.
- d) Algum grupo tem, no máximo, 63 turistas.

Comentários:

Temos um total de **253** turistas.



Inicialmente, temos quatro grupos formados por 60 turistas, de modo que foram alocados nos grupos $4 \times 60 = 240$ turistas.

Consequentemente, restaram $253 - 240 = 13$ turistas para serem distribuídos nos quatro grupos conforme o sorteio.

Com base nessas informações, vamos analisar as alternativas.

a) Nenhum grupo teve 60 turistas. ERRADO.

Após distribuir os 13 turistas restantes, é possível que nenhum deles tenha sido sorteado para um determinado grupo. Nesse caso, podemos ter um grupo com 60 turistas.

b) Um grupo possui mais de 64 turistas. ERRADO.

É possível que nenhum grupo tenha mais de 64 turistas. Essa situação ocorre, por exemplo, no caso em que, considerando os 13 turistas, **quatro turistas vão para os três primeiros grupos e um turista vai para o quarto grupo**. Nesse caso, teremos **três grupos com 64 pessoas e um grupo com 61 pessoas**.

c) Pelo menos um grupo teve 63 turistas. ERRADO.

É possível que nenhum grupo tenha exatamente 63 turistas. Veja que, se todos os 13 turistas forem sorteados para o mesmo grupo, teremos um grupo com 73 turistas e três grupos com 60 turistas.

d) Algum grupo tem, no máximo, 63 turistas. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Veja que essa alternativa nos diz que **necessariamente algum grupo tem 63 turistas ou menos**. Essa afirmação é verdadeira, pois **caso contrário todos os grupos deveriam ter no mínimo 64 turistas**. Caso isso fosse possível, deveríamos ter ao menos $64 \times 4 = 256$ turistas, valor este que ultrapassa o total de 253 turistas.

Gabarito: Letra D.

44. (FUNDATEC/Pref Candelária/2021) Em uma empresa com 50 funcionários, 32 são mulheres. Além disso, sabemos que dos 50 funcionários, 32 trabalham na área administrativa. A partir dessas afirmações, é correto concluir que:

- a) Nenhuma mulher trabalha na área administrativa.
- b) Todas as mulheres trabalham na área administrativa.
- c) No mínimo 14 mulheres trabalham na área administrativa.
- d) No máximo 14 mulheres trabalham na área administrativa.
- e) Exatamente 14 mulheres trabalham na área administrativa.

Comentários:



Temos um total de **50 funcionários**, sendo:

- **32 mulheres**; e
- $50 - 32 =$ **18 homens**.

Além disso, do total de funcionários:

- **32 trabalham na área administrativa**; e
- $50 - 32 =$ **18 não trabalham na área administrativa**.

Com base nessas informações, vamos avaliar as alternativas.

a) Nenhuma mulher trabalha na área administrativa. ERRADO.

Segundo as informações do problema, nada impede, por exemplo, que todas as 32 mulheres trabalhem na área administrativa.

b) Todas as mulheres trabalham na área administrativa. ERRADO.

Não podemos afirmar com certeza que todas as mulheres trabalham na área administrativa. Poderíamos ter, por exemplo, 31 mulheres trabalhando na área administrativa e 1 mulher trabalhando fora dessa área. Nesse caso, 1 homem trabalharia na área administrativa e 17 homens trabalhariam fora dessa área.

c) No mínimo 14 mulheres trabalham na área administrativa. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Perceba que, para **minimizar o número de mulheres que trabalham na área administrativa**, devemos **maximizar o número de homens que trabalham nessa área**.

Ao supormos que **todos os 18 homens trabalhem na área administrativa**, note que ainda restam $32 - 18 =$ **14** pessoas trabalhando nessa área. Essas pessoas devem ser mulheres, pois todos os homens já foram alocados. Portanto, é correto afirmar que **no mínimo 14 mulheres trabalham na área administrativa**.

d) No máximo 14 mulheres trabalham na área administrativa. ERRADO.

Conforme já explicado na alternativa A, nada impede, por exemplo, que todas as 32 mulheres trabalhem na área administrativa.

e) Exatamente 14 mulheres trabalham na área administrativa. ERRADO.

Novamente, segundo as informações do problema, nada impede que todas as 32 mulheres trabalhem na área administrativa.

Gabarito: Letra C.



45. (IBADE/IBGE/2020) Jorge guarda suas blusas em uma das gavetas do seu armário. Estão na gaveta, cinco blusas pretas, sete amarelas, quatro verdes, uma rosa, três vermelhas e quatro azuis. Certa noite, no escuro, Jorge retira algumas blusas da gaveta. Qual o número mínimo de blusas a serem pegadas por Jorge a fim de ter certeza que foram retiradas ao menos duas blusas da mesma cor?

- a) Duas
- b) Cinco
- c) Seis
- d) Sete
- e) Dez

Comentários:

Nessa questão, devemos testar o caso limite, ou seja, o "caso azarado".

Na gaveta do armário de Jorge temos as seguintes blusas, com 6 tipos de cores diferentes:

- 5 pretas;
- 7 amarelas;
- 4 verdes;
- 1 rosa;
- 3 vermelhas;
- 4 azuis.

Veja que, se Jorge pegar 6 blusas, podemos ter o "**azar**" de pegar uma blusa de cada cor. Nesse caso, não teremos ao menos duas blusas da mesma cor.

Note que, **mesmo no caso mais azarado possível, ao pegar mais uma blusa, é garantido ele terá ao menos duas blusas com a mesma cor.**

Logo, **pegando** $6+1 = 7$ **blusas**, é garantido ele terá ao menos duas blusas da mesma cor.

Gabarito: Letra D.

46. (IBADE/Pref. Cariacica/2020) Em uma urna há 4 bolas azuis, 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas. São retiradas ao acaso 10 bolas dessa urna.

Então, pode-se afirmar que:

- a) 4 bolas azuis foram retiradas.
- b) ficaram na urna 2 bolas de cores distintas.
- c) 4 bolas da mesma cor foram retiradas.



- d) 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas foram retiradas.
- e) 4 bolas azuis ou 4 bolas amarelas foram retiradas.

Comentários:

Temos, em uma urna, bolas das seguintes cores: **4 azuis**, **4 vermelhas** e **4 amarelas**. Dessa urna, foram **retiradas 10 bolas**. Com base nisso, vamos verificar as alternativas.

a) 4 bolas azuis foram retiradas. ERRADO.

Segundo os dados no enunciado, nada impede, por exemplo, que **2 bolas azuis**, **4 bolas vermelhas** e **4 bolas amarelas** tenham sido retiradas. Logo, não necessariamente 4 bolas azuis foram retiradas.

b) ficaram na urna 2 bolas de cores distintas. ERRADO.

Segundo os dados no enunciado, nada impede, por exemplo, que **2 bolas azuis**, **4 bolas vermelhas** e **4 bolas amarelas** tenham sido retiradas. Nesse caso, **restam 2 bolas azuis**.

c) 4 bolas da mesma cor foram retiradas. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Como temos somente três possibilidades de cor, caso não retiremos 4 bolas da mesma cor, o número máximo de bolas que podemos tirar é:

$$3 \text{ bolas por cor} \times 3 \text{ possibilidades de cor} = 9 \text{ bolas}$$

Como foram retiradas 10 bolas, percebe-se que necessariamente 4 bolas da mesma cor foram retiradas.

d) 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas foram retiradas. ERRADO.

Segundo os dados no enunciado, nada impede, por exemplo, que 4 bolas azuis, 4 bolas vermelhas e 2 bolas amarelas tenham sido retiradas. Logo, não necessariamente 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas foram retiradas.

e) 4 bolas azuis ou 4 bolas amarelas foram retiradas. ERRADO.

Segundo os dados no enunciado, nada impede, por exemplo, que 3 bolas azuis, 4 bolas vermelhas e 3 bolas amarelas tenham sido retiradas. Logo, não necessariamente 4 bolas azuis ou 4 bolas amarelas foram retiradas.

Gabarito: Letra C.



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Princípio da casa dos pombos generalizado

1.(VUNESP/PC SP/2013) Um total de onze indivíduos moram distribuídos em no máximo cinco casas. Considere que pode haver casas sem indivíduos morando e que cada indivíduo mora apenas em uma única casa. Pode-se afirmar necessariamente sobre essa situação que

- a) todos moram em uma única casa.
- b) há uma casa em que ninguém mora.
- c) há uma casa com pelo menos três indivíduos morando.
- d) há uma casa com exatamente cinco indivíduos morando.
- e) há indivíduos morando em todas as casas.



GABARITO – VUNESP

Princípio da casa dos pombos generalizado

1. LETRA C



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Outros casos de aplicação do princípio

1.(VUNESP/CMSJC/2014) Sabe-se que, em uma escola, estudam 175 alunos. Dentre eles, 54 só escrevem com a mão esquerda. Cinco dos alunos escrevem tanto com a mão esquerda quanto com a mão direita. Os demais alunos escrevem apenas com a mão direita. Em certa ocasião, em que todos os alunos estavam presentes na escola, foram sorteados 125 alunos para participarem de uma excursão a um museu.

Entre os alunos sorteados, o menor número possível de alunos que somente escrevem com a mão esquerda é

- a) 111.
- b) 59.
- c) 51.
- d) 4.
- e) 0.

2. (VUNESP/PC SP/2013) Gabriel e Giovane são dois irmãos gêmeos que têm o hábito de escolher a mesma cor para os pares de meia que vão calçar. Assim, por exemplo, se um deles, em certo dia, usa meias pretas, o outro também usa meias pretas nesse dia. Eles guardam suas meias em um mesmo saco que está sempre desorganizado, de modo que as meias estão misturadas e não estão arrumadas em pares de mesma cor. Um certo dia, o saco tinha um total de 12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas. Nesse dia, para decidir qual cor usariam, começaram a tirar uma meia por vez do saco até que fossem tiradas quatro meias da mesma cor. O número máximo de retiradas que eles farão do saco até conseguirem as meias desejadas será

- a) 16.
- b) 10.
- c) 8.
- d) 4.
- e) 12.



3. (VUNESP/Pref SJC/2012) Cada ser do planeta XEK possui de 10 mil a 50 mil células. O número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, certamente tenhamos pelo menos três seres com o mesmo número de células é

- a) 40 001.
- b) 40 003.
- c) 80 001.
- d) 80 003.
- e) 12 000.

4.(VUNESP/FAMERP/2016) A escala de coma de Glasgow é utilizada como primeira avaliação do nível de consciência de pacientes com trauma craniano. Essa escala consiste em avaliar o paciente em três testes, que são: ocular (O), verbal (V) e motor (M). O especialista que avalia o paciente atribui de 1 a 4 pontos para O, de 1 a 5 pontos para V e de 1 a 6 pontos para M. Um trauma cranioencefálico é considerado grave se a pontuação total é de 3 a 8 pontos, moderado se é de 9 a 13 pontos, e leve se é de 14 a 15 pontos.

(<http://misodor.com>. Adaptado.)

Se um paciente foi avaliado na escala de Glasgow com classificação moderada de trauma, é correto afirmar que ele obteve, necessariamente, pontuação

- a) de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes.
- b) de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes.
- c) maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes.
- d) máxima em pelo menos um dos três testes.
- e) menor do que 3 em apenas um dos três testes.



GABARITO – VUNESP

Outros casos de aplicação do princípio

1. LETRA D
2. LETRA B
3. LETRA D
4. LETRA C



LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Princípio da casa dos pombos generalizado

FGV

1.(FGV/TRT MA/2022) Em uma caixa há 18 bolas. A bola mais leve pesa 20 gramas e a mais pesada, 24 gramas. O peso de cada bola é um número inteiro de gramas. É correto concluir que:

- a) pelo menos uma bola pesa 22 gramas.
- b) nenhuma bola pesa 22 gramas.
- c) a média dos pesos de todas as bolas é 22 gramas.
- d) pelo menos 4 bolas têm o mesmo peso.
- e) a soma dos pesos de todas as bolas é maior do que 396 gramas.

2. (FGV/BANESTES/2021) Um escritório de investimentos possui 86 clientes que são atendidos por 6 consultores. Cada consultor deve atender a no mínimo 9 e no máximo 20 clientes.

É correto concluir que:

- a) pelo menos 1 consultor atende a mais de 14 clientes;
- b) um consultor atende a 16 clientes;
- c) é possível que todos os consultores atendam a um mesmo número de clientes;
- d) é possível que 3 dos consultores atendam o número máximo de clientes por consultor;
- e) não é possível que 3 dos consultores atendam o número mínimo de clientes por consultor.

3.(FGV/FunSaúde CE/2021) Em uma mesa de bar, 7 amigos tomaram 24 latas de cerveja. É correto afirmar que:

- a) um deles tomou exatamente 4 latas.
- b) todos tomaram, pelo menos, 2 latas.
- c) alguém ficou sem beber.
- d) um dos amigos tomou exatamente 3 latas.
- e) um dos amigos tomou, no mínimo, 4 latas.

4.(FGV/Pref. Salvador/2019) Gisele quer guardar seus 101 mangás (histórias em quadrinhos japonesas) em um pequeno gaveteiro com 7 gavetas. Em cada gaveta cabem, no máximo, 20 mangás.

É correto concluir que



- a) uma gaveta ficará vazia.
- b) cinco gavetas ficarão com 20 mangás.
- c) cada gaveta terá pelo menos um mangá.
- d) pelo menos uma gaveta ficará com mais de 14 mangás.
- e) nenhuma gaveta ficará vazia.

5. (FGV/TJ PI/2015) Um grupo de 6 estagiários foi designado para rever 50 processos e cada processo deveria ser revisto por apenas um dos estagiários. No final do trabalho, todos os estagiários trabalharam e todos os processos foram revistos.

É correto afirmar que:

- a) um dos estagiários reviu 10 processos;
- b) todos os estagiários reviram, cada um, pelo menos 5 processos;
- c) um dos estagiários só reviu 2 processos;
- d) quatro estagiários reviram 7 processos e dois estagiários reviram 6 processos;
- e) pelo menos um dos estagiários reviu 9 processos ou mais.



Cebraspe

6.(CESPE/TELEBRAS/2015) A equipe de atendentes de um serviço de telemarketing é constituída por 30 empregados, divididos em 3 grupos, que trabalham de acordo com a seguinte escala.

- ▶ Grupo I: 7 homens e 3 mulheres, que trabalham das 6 h às 12 h.
- ▶ Grupo II: 4 homens e 6 mulheres, que trabalham das 9 h às 15 h.
- ▶ Grupo III: 1 homem e 9 mulheres, que trabalham das 12 h às 18 h.

A respeito dessa equipe, julgue o item que se segue.

Se, entre os atendentes do sexo masculino, o mais velho tiver nascido em 1982 e o mais novo, em 1986, então pelo menos 3 dos atendentes do sexo masculino nasceram em um mesmo ano.

7.(CESPE/BRB/2010) A esposa, o filho e a filha de Marcos são correntistas de uma mesma agência do BRB. Certo dia, entregaram os cartões magnéticos a Marcos para sacar dinheiro de suas contas, que têm as senhas de números 201001, 201002 e 201003, e os códigos de três letras BRB, RBB e BBR. Marcos sabia a quem pertencia cada cartão e lembrava-se das senhas e dos códigos, mas não das associações entre cartões, senhas e códigos. Ele recordava apenas que a senha do cartão da esposa era 201001 e o código de três letras associado à senha 201002 era BBR. Marcos decidiu telefonar para casa e obteve a informação de que o código do cartão da conta do filho era RBB.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Considerando-se que, no banco de dados dos clientes do banco BRB, existam pelo menos 35 contas-correntes cujos códigos de três letras usam apenas as letras B e R, que apenas um correntista use o código BBB e que, no máximo, três correntistas usem o código BRB, então existem pelo menos cinco correntistas do BRB com o mesmo código de três letras, usando apenas as letras B e R.



FCC

8.(FCC/DETRAN MA/2018) Os 25 caminhões da frota de uma empresa serão vistoriados no departamento de trânsito de uma cidade, para que recebam autorização especial para circular em determinada região do município. No dia da vistoria, cada veículo será encaminhado a um dos 10 fiscais do setor de fiscalização. Esse encaminhamento é feito por meio de um sorteio, realizado quando o caminhão é recepcionado no setor pelo próprio sistema de cadastro. Em relação ao resultado do sorteio, é correto afirmar que, necessariamente,

- a) pelo menos um fiscal vai vistoriar mais do que 2 caminhões da frota.
- b) cada fiscal vai vistoriar no mínimo 2 e, no máximo, 3 caminhões da frota.
- c) nenhum fiscal ficará livre de vistoriar caminhões da frota dessa empresa.
- d) nenhum fiscal vai vistoriar mais do que 3 caminhões da frota.
- e) os 25 caminhões não poderão ser vistoriados pelo mesmo fiscal.

9.(FCC/METRO SP/2018) Em uma pesquisa sobre transporte, uma empresa verificou que seus 140 funcionários (80 homens e 60 mulheres) são proprietários de 160 carros. De acordo com esses dados, é necessariamente correto que

- a) ao menos uma funcionária mulher é proprietária de carro.
- b) ao menos um funcionário da empresa possui mais do que um carro.
- c) ao menos 20 funcionários da empresa possuem mais do que um carro.
- d) cada funcionário homem possui, no máximo, dois carros.
- e) há algum funcionário que não possui carro.

10.(FCC/SEAD AP/2018) As inscrições para um concurso ficaram abertas durante 31 dias. No total, inscreveram-se 1370 pessoas. Nessas condições,

- a) pelo menos metade das inscrições concentraram-se em 15 dos 31 dias do período de inscrições.
- b) houve, pelo menos, uma inscrição em cada dia do período de inscrições.
- c) em nenhum dos dias do período de inscrições inscreveram-se mais do que 50 pessoas.
- d) em, pelo menos, um dos dias do período de inscrições, inscreveram-se, no máximo, 40 pessoas.
- e) em, pelo menos, um dos dias do período de inscrições, inscreveram-se, ao menos, 45 pessoas.

11.(FCC/TCE-RS/2018) Giovanni e sua esposa moram em uma cidade que possui 25 pizzarias. Em todos os sábados do ano passado, eles jantaram em uma pizzaria, sempre na cidade em que residem.

- A partir dessas informações, é correto concluir que, necessariamente, no ano passado, Giovanni e sua esposa
- a) estiveram mais de duas vezes em pelo menos uma pizzaria da cidade.



- b) estiveram pelo menos duas vezes em cada pizzeria da cidade.
- c) nunca repetiram a pizzeria em seus jantares de sábado.
- d) jantaram pelo menos 25 vezes na mesma pizzeria.
- e) não jantaram todos os sábados na mesma pizzeria.

12. (FCC/SEGEP MA/2018) Um posto de saúde dispõe de um lote de 1 980 doses de uma vacina da gripe. Esse posto vacina exatamente 60 pessoas por dia com uma dose dessa vacina, sendo que pelo menos 40 delas são do grupo de risco, constituído por crianças e idosos. Ao término desse lote, o posto registrou a vacinação de 60 pessoas que não eram do grupo de risco. Em tais condições, necessariamente, em algum dia de uso do lote, foram vacinadas, do grupo de risco,

- a) exatamente 48 pessoas.
- b) pelo menos 59 pessoas.
- c) exatamente 60 pessoas.
- d) mais do que 60 pessoas.
- e) menos do que 58 pessoas.

13.(FCC/DPE RR/2015) O banco de dados de um computador possui apenas 12 mil arquivos, sendo que cada um possui tamanho que varia de 1 kilobyte até 480 kilobytes. Com relação a esse banco de dados, é correto afirmar que

- a) nele necessariamente existem arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- b) é provável, mas não é necessariamente certo, que nele existam arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- c) é provável, mas não é necessariamente certo, que nele não existam arquivos com o mesmo tamanho, em kilobytes.
- d) cada um dos seus arquivos possui, em média, o tamanho de 25 kilobytes.
- e) seus arquivos possuem, juntos, tamanho de 12 mil a 5 milhões de kilobytes.

14. (FCC/ALESP/2010) Os 63 novos contratados para o cargo de agente técnico serão alocados em 21 salas atualmente vazias no prédio da Assembleia Legislativa.

Cada sala terá pelo menos um agente e todo agente ficará em uma única sala. Nestas condições, pode-se concluir que, necessariamente,

- a) haverá três agentes em cada sala.
- b) não haverá salas com quatro agentes.
- c) poderá haver uma sala com 50 agentes.



- d) haverá salas com um único agente.
- e) haverá pelo menos uma sala com três ou mais agentes.



Vunesp

15.(VUNESP/PC SP/2013) Um total de onze indivíduos moram distribuídos em no máximo cinco casas. Considere que pode haver casas sem indivíduos morando e que cada indivíduo mora apenas em uma única casa. Pode-se afirmar necessariamente sobre essa situação que

- a) todos moram em uma única casa.
- b) há uma casa em que ninguém mora.
- c) há uma casa com pelo menos três indivíduos morando.
- d) há uma casa com exatamente cinco indivíduos morando.
- e) há indivíduos morando em todas as casas.



Outras Bancas

16. (IDECAN/PM CE/2023) Os juízes militares representam a mais alta corte de julgamento dos crimes militares. Dentre os oficiais que julgam até o posto de subtenente, encontram-se a formação de dois tenentes, um capitão e um major juntamente com o juiz de direito da justiça militar. Além disso, dois técnicos judiciários e um analista também parte do grupo alinhando a estrutura de depoimentos e julgamento. A escolha dos oficiais se dá por sorteio e concorrem apenas os pertencentes ao quadro do oficialato que possuem conduta ilibada em suas carreiras.

A partir de todos os membros que fazem parte do mecanismo da auditoria, é possível afirmar que dois deles obrigatoriamente fazem aniversário no(a) mesmo(a):

- a) Ano
- b) Dia da semana
- c) Mês
- d) Semana do ano
- e) Feriado

17. (IAUPE/SEFAZ PE/2022) Um funcionário decidiu organizar os 230 documentos relativos a um dado processo em 06 pastas separadas e todas inicialmente vazias. É CORRETO afirmar que

- a) em cada uma das 06 pastas haverá ao menos um documento.
- b) ao menos uma das pastas ficou com menos de 30 documentos.
- c) ao menos uma das pastas ficou com mais de 35 documentos.
- d) todas as pastas ficarão com a mesma quantidade de documentos.
- e) haverá uma quantidade diferente de documentos em cada uma das 06 pastas.

18.(IAUPE/SEFAZ PE/2022) Em uma festa com 15 (quinze) pessoas, considere as afirmações:

I. Existem ao menos 3 (três) pessoas na festa cujo dia da semana (segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado ou domingo) em que ocorre seu aniversário naquele ano será o mesmo.

II. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo mês de aniversário (Janeiro, Fevereiro, Março, etc) é o mesmo.

III. Existem ao menos 2 (duas) pessoas na festa cujo ano de nascimento é o mesmo.

Está CORRETO o que se afirma em

- a) I, somente.
- b) I e II, somente.
- c) I e III, somente.



- d) II e III, somente.
- e) todas.

19. (QUADRIX/COREN AP/2022) Em uma equipe de competição de jiu-jitsu, há 6 faixas brancas, 1 faixa azul, 4 faixas roxa, 2 faixas marrons e 1 faixa preta.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Pelo menos 2 desses competidores fazem aniversário no mesmo mês.

20. (FUNDEP/UFJF/2022) A secretaria de uma escola precisa distribuir entre os 45 alunos os 20 armários existentes; para isso, irá fazer um sorteio, em que, para cada aluno, será sorteado um armário.

Em relação ao uso dos armários, é correto afirmar que, necessariamente,

- a) cada armário será usado por 2 ou 3 alunos.
- b) pelo menos 5 armários serão usados por pelo menos 3 alunos.
- c) pelo menos 1 armário será usado por pelo menos 3 alunos.
- d) nenhum armário ficará vazio.
- e) nenhum armário será usado por mais de 3 alunos.

21. (FEPESE/Pref Chapecó/2022) Um grupo com 13 casais, casados formalmente, se reúne.

Podemos afirmar corretamente que:

- a) Pelo menos um casal do grupo casou em dezembro.
- b) Em cada mês do ano, pelo menos 1 dos casais do grupo casou.
- c) Pelo menos dois dos casais do grupo casaram no mesmo mês.
- d) Três dos casais do grupo casaram no mesmo mês.
- e) No máximo 3 dos casais do grupo casaram em um mesmo mês.

22.(QUADRIX/CRTR 12/2021) Em um conjunto de 2.021 indivíduos, pelo menos

- a) 6 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- b) 7 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- c) 87 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- d) 168 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.
- e) 169 indivíduos têm o mesmo signo, dentre os 12 do zodíaco.



23. (QUADRIX/CRESS 8 (DF)/2021) Um grupo de 25 assistentes sociais que trabalham na região metropolitana de Brasília serão convocados para fazer uma avaliação psicológica de rotina. No dia da avaliação, cada assistente social será enviado a um dos 10 psicólogos do setor de medicina do trabalho do Distrito Federal. Esse encaminhamento será feito por meio de um sorteio, realizado em um sistema de computador no momento em que o profissional a ser avaliado se cadastrar na recepção do setor de medicina do trabalho.

Com base nessa situação hipotética, é correto afirmar que, em relação ao resultado do sorteio, necessariamente,

- a) ao menos 1 psicólogo atenderá mais que 2 dos assistentes sociais.
- b) cada psicólogo atenderá, no mínimo, 2 e, no máximo, 3 assistentes sociais.
- c) nenhum psicólogo ficará livre de atender algum dos assistentes sociais.
- d) nenhum psicólogo atenderá mais que 3 assistentes sociais.
- e) os 25 assistentes sociais não poderão ser atendidos pelo mesmo psicólogo.

24. (QUADRIX/CRC AP/2021) Em uma reunião do Conselho Regional de Contabilidade do estado do Amapá, estão reunidos 13 contadores, que atuam em diferentes cidades do estado. Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa correta.

- a) Pelo menos 1 dos contadores “pesa” mais de 89 kg.
- b) Pelo menos 1 dos contadores nasceu em julho ou em dezembro.
- c) Pelo menos 2 dos contadores fazem aniversário no mesmo mês.
- d) Pelo menos 2 dos contadores nasceram em um dia ímpar.
- e) A maioria dos participantes da reunião é do sexo masculino.

25. (IDECAN/AGU/2019) Levi faz parte de um grupo de alunos que disputa as Olimpíadas de Matemática do colégio juntamente com mais 36 colegas. Com relação a esse grupo de alunos, é correto afirmar que

- a) pelo menos 3 alunos tirarão a nota máxima na prova das Olimpíadas.
- b) somente 5 alunos fazem aniversário no mesmo mês.
- c) pelo menos 4 alunos fazem aniversário no mesmo mês.
- d) pelo menos 2 alunos fazem aniversário na mesma data.
- e) certamente 5 alunos fazem aniversário no mesmo mês.



GABARITO – MULTIBANCAS

Princípio da casa dos pombos generalizado

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA E
6. CERTO
7. ERRADO
8. LETRA A
9. LETRA B
10. LETRA E
11. LETRA A
12. LETRA B
13. LETRA A
14. LETRA E
15. LETRA C
16. LETRA B
17. LETRA C
18. LETRA B
19. CERTO
20. LETRA C
21. LETRA C
22. LETRA E
23. LETRA A
24. LETRA C
25. LETRA C



LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Outros casos de aplicação do princípio

FGV

1.(FGV/TRT MA/2022) Uma urna tem 15 bolas. Sobre essas bolas, sabe-se que:

- Pelo menos 3 delas são azuis.
- Dadas 4 quaisquer dessas bolas, pelo menos uma não é azul.

É correto concluir que

- a) exatamente 11 dessas bolas são azuis.
- b) exatamente 11 dessas bolas não são azuis.
- c) pelo menos 4 dessas bolas são azuis.
- d) exatamente 12 dessas bolas não são azuis.
- e) no máximo 4 dessas bolas não são azuis.

2.(FGV/SEFAZ ES/2022) Em um grupo de 70 pessoas, há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco.

Em relação a esse grupo de pessoas, é correto concluir que

- a) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.
- b) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.
- c) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.
- d) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.
- e) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

3. (FGV/MPE GO/2022) Em uma urna há 3 bolas brancas, 4 amarelas, 5 vermelhas e 6 pretas. São retiradas ao acaso dessa urna N bolas.

Se há certeza de que, entre as bolas retiradas há, pelo menos, uma bola amarela ou uma bola preta, o menor valor possível de N é

- a) 8.
- b) 9.
- c) 10.
- d) 11.
- e) 12.



4. (FGV/TJ TO/2022) Em um grupo de 40 advogados, 30 estão inscritos para um Concurso A e 25 estão inscritos para um Concurso B. É correto concluir que:

- a) no máximo 15 deles estão inscritos nos dois concursos;
- b) no máximo 10 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B;
- c) no máximo 10 deles estão inscritos apenas no Concurso A;
- d) no mínimo 15 deles estão inscritos apenas no Concurso B;
- e) no mínimo 5 deles não estão inscritos nem no Concurso A nem no Concurso B.

5. (FGV/CM Aracaju/2021) Em uma sala há N pessoas. Uma dessas pessoas afirma: “Pelo menos 4 pessoas dessa sala fazem aniversário no mesmo mês”.

Para que essa afirmativa seja obrigatoriamente verdadeira, o valor mínimo de N é:

- a) 15;
- b) 16;
- c) 36;
- d) 37;
- e) 48.

6. (FGV/FunSaúde CE/2021) Em uma sala há 10 pessoas: 4 advogados, 3 engenheiros, 2 técnicos administrativos e 1 auditor.

É correto afirmar que:

- a) sorteando 4 pessoas ao acaso, 2 serão advogados.
- b) sorteando 5 pessoas ao acaso, pelo menos uma delas será um engenheiro.
- c) sorteando 6 pessoas ao acaso, teremos pessoas de três profissões diferentes.
- d) sorteando 7 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um advogado.
- e) sorteando 8 pessoas ao acaso, pelo menos uma será um técnico administrativo.

7. (FGV/PM CE/2021) Uma urna A contém 20 bolas vermelhas e uma urna B contém 21 bolas azuis. Essas são as únicas bolas nas duas urnas.

Transferem-se, aleatoriamente, 5 bolas da urna A para a urna B.

A seguir, também aleatoriamente, transferem-se 6 bolas da urna B para a urna A.

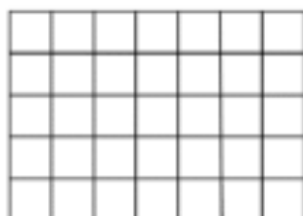
É correto concluir que, ao final,

- a) há exatamente uma bola azul na urna A.
- b) há exatamente 15 bolas azuis na urna B.



- c) não há bolas vermelhas na urna B.
- d) há, no mínimo, uma bola vermelha na urna B.
- e) há, no máximo, 6 bolas azuis na urna A.

8. (FGV/IMBEL/2021) No tabuleiro representado a seguir, são colocadas 26 fichas. Cada ficha ocupa uma casa e cada casa ocupada só contém uma ficha.



É correto afirmar que

- a) todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.
- b) alguma linha tem, pelo menos, 6 casas ocupadas.
- c) alguma coluna não tem casas ocupadas.
- d) nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.
- e) todas as linhas têm, pelo menos, 4 casas ocupadas.

9.(FGV/Pref. Salvador/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática.

É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.



Cebraspe

10.(CESPE/SEFAZ RS/2018) Em um departamento, todo grupo formado com 13 servidores, necessariamente incluirá pelo menos uma mulher, e todo grupo formado com 21 servidores, necessariamente incluirá pelo menos um homem. Se a quantidade de servidores, homens e mulheres, nesse departamento for a maior possível nessas condições, então, nesse departamento, a proporção entre o número de homens e de mulheres, respectivamente, será de

- a) 13:21.
- b) 13:34.
- c) 3:8.
- d) 3:5.
- e) 1:2.

11.(CESPE/TRT 10/2013) Considerando que, dos 10 postos de combustíveis de determinada cidade, exatamente dois deles cometam a infração de vender gasolina adulterada, e que sejam escolhidos ao acaso alguns desses postos para serem fiscalizados, julgue o item seguinte.

Cinco é a menor quantidade de postos que devem ser escolhidos para serem fiscalizados de modo que, com certeza, um deles seja infrator.

12.(CESPE/DEPEN/2013) Uma pessoa guardou em seu bolso duas notas de R\$ 100, três notas de R\$ 50 e quatro notas de R\$ 20. Essa pessoa deseja retirar do bolso, de forma aleatória, sem olhar para dentro do bolso, pelo menos uma nota de cada valor.

Considerando essa situação, julgue o item a seguir.

Para que ao menos uma nota de cada valor seja retirada do bolso, a pessoa deverá retirar, pelo menos, oito notas.

13.(CESPE/ANATEL/2012) Para cada $x = 0, 1, 2, 3$ ou 4 , a partir de um conjunto E de pessoas, E_x corresponde ao conjunto de indivíduos do conjunto E que são clientes de pelo menos x operadoras de telefonia móvel e N_x , à quantidade de elementos de E_x . Considerando essas informações, julgue o item que se segue.

A menor quantidade possível de pessoas que devem ser selecionadas no conjunto E , de forma que se tenha certeza de que, entre elas, pelo menos uma seja cliente de alguma operadora de telefonia móvel, é igual a $N_0 - N_1 + 1$.



14.(CESPE/PC ES/2011) O Sistema Penitenciário Federal (SPF) iniciou suas atividades em 2006, com o objetivo de custodiar presos de alta periculosidade, visando desarticular o crime organizado e coibir as rebeliões nos estabelecimentos prisionais estaduais. Por meio de concurso público, hoje os quadros do SPF contam com cerca de 1.000 agentes penitenciários, 12 técnicos e 32 especialistas. Dessa forma, a criação do SPF culminou com a redução de 66,99% em rebeliões e motins, nos estados que enviaram presos aos estabelecimentos federais.

Segurança pública com cidadania. Equipe CGPLAN/MJ, ago./2010 (com adaptações).

Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue o item seguinte.

Se forem escolhidos 60 funcionários do quadro do SPF, é correto afirmar que pelo menos 16 serão agentes penitenciários.

15.(CESPE/TRE BA/2010) Os 100 empregados de uma empresa foram convocados para escolher, entre 5 opções, o novo logotipo da empresa. O empregado poderá escolher, no momento do voto, a cédula I ou a cédula II.

Caso ele escolha a cédula I, deverá listar as 5 opções de logotipo, na ordem de sua preferência, que serão assim pontuadas:

1.^a – 5 pontos; 2.^a – 4 pontos; 3.^a – 3 pontos; 4.^a – 2 pontos; 5.^a – 1 ponto.

Se escolher a cédula II, deverá indicar 3 das 5 opções, e cada uma receberá 3 pontos.

Acerca dessa escolha de logotipo, julgue o item seguinte.

Se apenas 35 empregados optarem pela cédula II, então qualquer das opções de logotipo receberá pelo menos 170 pontos.

16. (CESPE/BRB/2010) Em determinado dia, dois amigos foram os últimos clientes a chegarem ao atendimento de uma agência bancária, no momento em que quatro operadores de caixa estavam fazendo o atendimento. Nas filas desses caixas estavam, naquele momento, 11, 14, 12 e 10 clientes. Os tempos máximos de atendimento de cada cliente por esses operadores de caixa são iguais, respectivamente, a 3, 2, 2, 5 e 2,8 minutos. Até o final do expediente, não ocorreu atendimento especial e os clientes não mudaram de fila até serem atendidos.

Considerando as informações acima e que os dois amigos também foram atendidos, julgue o item a seguir.

O tempo máximo esperado para que todos os clientes sejam atendidos é superior a 40 minutos.



FCC

17.(FCC/TJ CE/2022) Um dado com as faces numeradas de 1 a 6 foi lançado cinco vezes e os números na face voltada para cima, em cada um dos lances, somaram 28. Sendo assim,

- a) pelo menos três faces 6 foram observadas.
- b) uma face 4 foi observada.
- c) duas faces 5 foram observadas.
- d) exatamente quatro faces 6 foram observadas.
- e) no máximo três faces 6 foram observadas.

18.(FCC/TRT 22/2022) Uma competição esportiva entre Alemanha, Brasil e Canadá foi realizada com 10 crianças. O Canadá teve o maior número de participantes na competição. A equipe da Alemanha contou com o mesmo número de meninas e meninos, o mesmo acontecendo com a equipe do Brasil. É correto afirmar que

- a) o Brasil teve em sua equipe apenas uma menina.
- b) o Canadá teve 4 participantes.
- c) a Alemanha teve 4 participantes.
- d) o Canadá teve duas meninas em sua equipe.
- e) o Brasil teve duas meninas em sua equipe.

19. (FCC/SEFAZ AP/2022) A partir de novembro de 2022, será disputada a Copa do Mundo de Futebol do Catar. Os oito grupos foram sorteados a partir da definição dos cabeças de chave, equipes mais bem posicionadas no ranking internacional. Se todos os cabeças de chave se classificarem em primeiro lugar em seus grupos e vencerem a partida da fase oitavas de final, os jogos da fase quartas de final serão os seguintes:

Jogo 1 – Catar × Argentina

Jogo 2 – Espanha × Brasil

Jogo 3 – Inglaterra × França

Jogo 4 – Bélgica × Portugal

Entre essas oito equipes, há duas sul-americanas (Brasil e Argentina) e uma asiática (Catar, equipe dona da casa), sendo as demais europeias. Com exceção de Catar, Bélgica e Portugal, todos os cabeças de chave já foram campeões mundiais.

Na sequência da competição, os vencedores dos jogos 1 e 2 enfrentam-se em uma das semifinais e os vencedores dos jogos 3 e 4 fazem a outra semifinal. Os vencedores das duas partidas semifinais disputam a grande final, que definirá o campeão mundial de 2022.



Considerando que a configuração das quartas de final descrita acima se confirme, a final da Copa do Mundo de 2022

- a) poderá ser disputada entre Brasil e Argentina.
- b) terá necessariamente uma equipe que nunca foi campeã mundial.
- c) não poderá ser disputada entre duas seleções que já ganharam o mundial.
- d) poderá ter a equipe da casa enfrentando uma seleção sul-americana.
- e) terá necessariamente a participação de uma equipe europeia.

20.(FCC/TRT 9/2022) Em um clube há 5 turmas de Pilates. Os números de homens e de mulheres em cada turma estão na tabela:

Turma	Homens	Mulheres
1	20	10
2	12	18
3	17	13
4	12	18
5	14	16

A direção do clube decidiu que cada turma tenha o mesmo número de homens e de mulheres, mas sem alterar o número total de alunos na turma. Para isso, alguns alunos devem trocar de turma.

O número mínimo de alunos que devem trocar de turma é:

- a) 12.
- e) 14.
- c) 20.
- d) 18.
- e) 16.

21. (FCC/ISS-Manaus/2019) O número mínimo de pessoas em um grupo para que se garanta que, necessariamente, haja 7 delas que fazem aniversário no mesmo mês do ano é

- a) 83.
- b) 13.
- c) 43.
- d) 23.
- e) 73.



22.(FCC/ISS Manaus/2019) As peças de um jogo estão todas dentro de um saco opaco. Elas vêm em 4 formatos diferentes e cada peça está numerada com um número dentre os seguintes: 1, 2, 3, 4 ou 5. A menor quantidade de peças que devem ser retiradas aleatoriamente do saco para garantir que se tenha, após a retirada, pelo menos 4 peças de um mesmo formato e 3 peças com a mesma numeração é

- a) 15.
- b) 10.
- c) 24.
- d) 18.
- e) 13.

23.(FCC/TRT 15/2018) Em uma determinada seção de certa biblioteca, os livros são identificados por números naturais que vão de 100 a 362. Dentre esses livros, há 133 que estão emprestados. Sendo assim, é possível afirmar que, entre os livros emprestados, aqueles identificados por números consecutivos são, pelo menos,

- a) 3.
- b) 6.
- c) 2.
- d) 4.
- e) 5.

24. (FCC/SABESP/2018) Dez funcionários possuem salários diferentes. Seus salários, em ordem crescente, são de R\$ 2.000,00; R\$ 2.100,00; R\$ 2.200,00 e assim sucessivamente, sempre aumentando em R\$ 100,00 em relação ao anterior. O número mínimo desses funcionários que devem ser sorteados ao acaso para que se tenha certeza de que os que não foram sorteados tenham soma dos salários inferior a R\$ 14.000,00 é igual a

- a) nove.
- b) seis.
- c) cinco.
- d) sete.
- e) quatro.

25.(FCC/TRT 6/2018) Na prateleira de uma estante estão dispostos 10 livros de direito, 12 livros de economia e 15 livros de administração. O menor número de livros que se devem retirar ao acaso dessa prateleira para que se tenha certeza de que dentre os livros retirados haja um de direito, um de economia e um de administração é igual a



- a) 26.
- b) 23.
- c) 27.
- d) 28.
- e) 29.

26.(FCC/TRT 24/2017) O cadastro de veículos de uma pequena cidade registra 40 veículos de carga e 245 veículos de passeio. Desses 285 veículos cadastrados, 32 são movidos a diesel. Utilizando apenas essas informações, a respeito desses veículos cadastrados, é correto afirmar que,

- a) no máximo, 213 são de passeio movidos a diesel.
- b) no mínimo, 32 são de carga movidos a diesel.
- c) algum veículo de carga é movido a diesel.
- d) no mínimo, 20% dos veículos de carga não são movidos a diesel.
- e) pelo menos, 8 veículos de passeio são movidos a diesel.



Vunesp

27.(VUNESP/PC SP/2022) Em um acampamento, as pessoas foram divididas em 3 grupos. O grupo de crianças, com 44 pessoas, o grupo de jovens, com 37 pessoas, e o grupo de adultos, com 60 pessoas. Para uma atividade todas essas pessoas serão chamadas pelo nome, mas sem uma ordem definida.

O menor número de pessoas que devem ser chamadas para garantir que já foram chamadas 2 crianças é

- a) 4.
- b) 99.
- c) 6.
- d) 49.
- e) 60.

28. (VUNESP/PC SP/2022) Para realizar um treinamento, as pessoas envolvidas foram separadas em 4 grupos distintos: K com 9 participantes, L com 13 participantes, M com 12 participantes e N com 15 participantes. Os participantes dos grupos K e L, ficaram reunidos juntos na sala 1, e o mesmo aconteceu com os participantes dos grupos M e N na sala 2.

Será retirada, aleatoriamente, certa quantidade de pessoas da sala 1, de modo a se ter certeza de que, pelo menos, duas dessas pessoas sejam do grupo L. Será também retirada, da sala 2, certa quantidade de pessoas, de modo a se ter certeza de que, pelo menos, três dessas pessoas sejam do grupo N. Sendo assim, o número total de pessoas a serem retiradas das duas salas será igual a

- a) 21.
- b) 30.
- c) 26.
- d) 13.
- e) 5.

29.(VUNESP/Pres Prudente/2022) Um treinamento será dado para 250 pessoas, que serão divididas em 4 grupos, com cada pessoa participando de apenas um grupo. Dessas pessoas, 236 serão divididas uniformemente entre os grupos e as demais pessoas poderão escolher em qual grupo ficar. Quando todas essas pessoas estiverem em seus respectivos grupos, é necessariamente verdade que

- a) nenhum grupo terá 59 pessoas.
- b) todos os grupos terão pelo menos 62 pessoas.
- c) pelo menos um grupo terá mais de 63 pessoas.
- d) no mínimo dois grupos terão menos de 64 pessoas.
- e) um grupo terá mais pessoas do que qualquer outro.



30. (VUNESP/PC SP/2022) Para o treinamento em uma empresa, todos os 250 funcionários foram divididos em 3 grupos, de maneira que cada funcionário participou de apenas um grupo. O coordenador do treinamento escolheu 80 pessoas para cada grupo e os 10 funcionários restantes foram distribuídos por sorteio da seguinte maneira: em um saco foram colocadas 3 bolas, numeradas de 1 a 3; cada um dos 10 funcionários, um por vez, pegou uma bola do saco e foi para o grupo indicado pelo número da bola, devolvendo em seguida a bola para o saco.

Após os grupos estarem formados, é certo que

- a) o grupo com mais funcionários tinha 84 pessoas.
- b) um grupo ficou com mais de 84 pessoas.
- c) algum grupo tem, no máximo, 83 pessoas.
- d) nenhum grupo ficou com 80 pessoas.
- e) pelo menos um grupo ficou com 83 pessoas.

31.(VUNESP/PC SP/2022) Em uma universidade, acontecem 151 aulas ao mesmo tempo, em 151 salas de aula diferentes. Todas as salas de aula têm mais de 20 alunos e nenhuma sala de aula tem mais de 45 alunos. Nessas condições, há salas de aula com o mesmo número de alunos, e as condições permitem, a princípio, que haja 151 salas de aula todas com o mesmo número de alunos.

Considerando que o maior número de salas de aula com o mesmo número de alunos seja N , o menor valor possível para N é

- a) 3.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 7.

32. (VUNESP/TJ SP/2021) Na gaveta de camisetas de Jeferson há 5 camisetas pretas, 7 camisetas vermelhas e 9 camisetas azuis. O menor número de camisetas que Jeferson precisará retirar da gaveta, de maneira aleatória e sem saber quais camisetas estão saindo, para ter certeza de ter retirado pelo menos uma camiseta preta e uma camiseta azul, é

- a) 14.
- b) 18.
- c) 16.
- d) 20.
- e) 17.



33.(VUNESP/FAMERP/2016) A escala de coma de Glasgow é utilizada como primeira avaliação do nível de consciência de pacientes com trauma craniano. Essa escala consiste em avaliar o paciente em três testes, que são: ocular (O), verbal (V) e motor (M). O especialista que avalia o paciente atribui de 1 a 4 pontos para O, de 1 a 5 pontos para V e de 1 a 6 pontos para M. Um trauma cranioencefálico é considerado grave se a pontuação total é de 3 a 8 pontos, moderado se é de 9 a 13 pontos, e leve se é de 14 a 15 pontos.

(<http://misodor.com>. Adaptado.)

Se um paciente foi avaliado na escala de Glasgow com classificação moderada de trauma, é correto afirmar que ele obteve, necessariamente, pontuação

- a) de 1 unidade inferior ao máximo em apenas um dos três testes.
- b) de 2 unidades inferiores ao máximo em apenas um dos três testes.
- c) maior do que 1 em pelo menos dois dos três testes.
- d) máxima em pelo menos um dos três testes.
- e) menor do que 3 em apenas um dos três testes.

34.(VUNESP/CMSJC/2014) Sabe-se que, em uma escola, estudam 175 alunos. Dentre eles, 54 só escrevem com a mão esquerda. Cinco dos alunos escrevem tanto com a mão esquerda quanto com a mão direita. Os demais alunos escrevem apenas com a mão direita. Em certa ocasião, em que todos os alunos estavam presentes na escola, foram sorteados 125 alunos para participarem de uma excursão a um museu.

Entre os alunos sorteados, o menor número possível de alunos que somente escrevem com a mão esquerda é

- a) 111.
- b) 59.
- c) 51.
- d) 4.
- e) 0.

35. (VUNESP/PC SP/2013) Gabriel e Giovane são dois irmãos gêmeos que têm o hábito de escolher a mesma cor para os pares de meia que vão calçar. Assim, por exemplo, se um deles, em certo dia, usa meias pretas, o outro também usa meias pretas nesse dia. Eles guardam suas meias em um mesmo saco que está sempre desorganizado, de modo que as meias estão misturadas e não estão arrumadas em pares de mesma cor. Um certo dia, o saco tinha um total de 12 meias marrons, 16 meias pretas e 30 meias brancas. Nesse dia, para decidir qual cor usariam, começaram a tirar uma meia por vez do saco até que fossem tiradas quatro meias da mesma cor. O número máximo de retiradas que eles farão do saco até conseguirem as meias desejadas será

- a) 16.
- b) 10.



- c) 8.
- d) 4.
- e) 12.

36.(VUNESP/Pref SJC/2012) Cada ser do planeta XEK possui de 10 mil a 50 mil células. O número mínimo de seres do planeta XEK necessários para que, nesse grupo, certamente tenhamos pelo menos três seres com o mesmo número de células é

- a) 40 001.
- b) 40 003.
- c) 80 001.
- d) 80 003.
- e) 12 000.



Outras Bancas

37.(IDECAN/PM CE/2023) No CIOPS existe um serviço de supervisor de turno, ou seja, é o oficial responsável pela fiscalização dos operadores que conduzem as ocorrências via rádio e/ou TMD da viatura. Qual é o número de oficiais que tiram esse serviço para que pelo menos três façam aniversário no mesmo mês?

- a) 25
- b) 30
- c) 36
- d) 48
- e) 96

38.(IBADE/CRM AC/2022) Uma professora ganhou 50 lápis, 32 canetas, 48 borrachas e 42 cadernos. Quantos kits ela consegue montar com um item de cada?

- a) Ela consegue montar 50 kits.
- b) Ela consegue montar 32 kits.
- c) Ela consegue montar 38 kits.
- d) Ela consegue montar 48 kits.
- e) Ela consegue montar 42 kits.

39.(Legalle/CM POA/2022) Algumas demandas que chegaram na Câmara Municipal serão distribuídas entre 8 Vereadores que fazem parte de uma comissão que fora criada especialmente para tal. O sistema de distribuição adotado distribui o número de demandas de forma igualitária entre os Vereadores, até o máximo possível. Caso sobrem demandas, elas são distribuídas de forma unitária por ordem alfabética. Considerando 27 demandas, analise as assertivas.

I. Na ordem alfabética, o terceiro Vereador ficará com 4 demandas.

II. É possível afirmar que mais da metade dos Vereadores terá a mesma quantidade de demandas.

III. O penúltimo Vereador, na ordem alfabética, terá mais demandas que o último Vereador.

Está(ão) CORRETA(S):

- a) Apenas II.
- b) Apenas I e III.
- c) I, II e III.
- d) Apenas I e II.
- e) Apenas III.



40. (Instituto Consulplan/PM RN/2022) Na maternidade de determinado hospital, trabalham 55 enfermeiros. Em cada jornada de trabalho são escalados 20 enfermeiros para a execução das tarefas diárias. A administradora do hospital decidiu ofertar um curso de qualificação a todos os profissionais desse setor. Qual o número mínimo de enfermeiros que deverão fazer o curso de qualificação, para que em cada jornada de trabalho haja pelo menos um enfermeiro qualificado?

- a) 20
- b) 25
- c) 26
- d) 35
- e) 36

41. (IBADE/GCM SP/2022) Considere que em uma sala de aula há N alunos. O professor afirma aos alunos que há, pelo menos, 4 alunos diferentes fazendo aniversário no mesmo mês. Para tornar essa afirmação obrigatoriamente verdadeira, o valor mínimo de N é:

- a) 4.
- b) 12.
- c) 48.
- d) 25.
- e) 37.

42. (Instituto Consulplan/CM Parauapebas/2022) Luciano guarda todas as suas bandanas em uma caixa. Essa caixa possui 22 bandanas, sendo oito roxas, sete verdes, uma lilás, quatro vermelhas e duas azuis. Em um certo dia, Luciano pegou algumas bandanas na caixa de maneira aleatória. Com base nessas informações, qual o número mínimo de bandanas Luciano deve pegar para ter a garantia de que tenha ao menos duas bandanas com a mesma cor?

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6

43. (Instituto Consulplan/CM Parauapebas/2022) Para visitar uma grande vinícola, 253 turistas foram divididos em 4 grupos de modo que cada um participasse de somente um grupo. O coordenador da visita colocou, inicialmente, 60 pessoas em cada grupo. Posteriormente, uma urna com 4 bolas, enumeradas de 1 a 4, foi utilizada, com reposição, para distribuir os turistas restantes de forma que cada



um retirasse uma bola da urna e fosse em direção ao grupo indicado. Após a formação de todos grupos, é correto afirmar que:

- a) Nenhum grupo teve 60 turistas.
- b) Um grupo possui mais de 64 turistas.
- c) Pelo menos um grupo teve 63 turistas.
- d) Algum grupo tem, no máximo, 63 turistas.

44. (FUNDATEC/Pref Candelária/2021) Em uma empresa com 50 funcionários, 32 são mulheres. Além disso, sabemos que dos 50 funcionários, 32 trabalham na área administrativa. A partir dessas afirmações, é correto concluir que:

- a) Nenhuma mulher trabalha na área administrativa.
- b) Todas as mulheres trabalham na área administrativa.
- c) No mínimo 14 mulheres trabalham na área administrativa.
- d) No máximo 14 mulheres trabalham na área administrativa.
- e) Exatamente 14 mulheres trabalham na área administrativa.

45. (IBADE/IBGE/2020) Jorge guarda suas blusas em uma das gavetas do seu armário. Estão na gaveta, cinco blusas pretas, sete amarelas, quatro verdes, uma rosa, três vermelhas e quatro azuis. Certa noite, no escuro, Jorge retira algumas blusas da gaveta. Qual o número mínimo de blusas a serem pegas por Jorge a fim de ter certeza que foram retiradas ao menos duas blusas da mesma cor?

- a) Duas
- b) Cinco
- c) Seis
- d) Sete
- e) Dez

46. (IBADE/Pref. Cariacica/2020) Em uma urna há 4 bolas azuis, 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas. São retiradas ao acaso 10 bolas dessa urna.

Então, pode-se afirmar que:

- a) 4 bolas azuis foram retiradas.
- b) ficaram na urna 2 bolas de cores distintas.
- c) 4 bolas da mesma cor foram retiradas.
- d) 4 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas foram retiradas.
- e) 4 bolas azuis ou 4 bolas amarelas foram retiradas.



GABARITO – MULTIBANCAS

Outros casos de aplicação do princípio

1. LETRA D
2. LETRA D
3. LETRA B
4. LETRA B
5. LETRA D
6. LETRA D
7. LETRA E
8. LETRA B
9. LETRA D
10. LETRA D
11. ERRADO
12. CERTO
13. CERTO
14. CERTO
15. ERRADO
16. ERRADO

17. LETRA A
18. LETRA A
19. LETRA E
20. LETRA B
21. LETRA E
22. LETRA E
23. LETRA A
24. LETRA C
25. LETRA D
26. LETRA D
27. LETRA B
28. LETRA C
29. LETRA D
30. LETRA C
31. LETRA E
32. LETRA E

33. LETRA C
34. LETRA D
35. LETRA B
36. LETRA D
37. LETRA A
38. LETRA B
39. LETRA D
40. LETRA E
41. LETRA E
42. LETRA D
43. LETRA D
44. LETRA C
45. LETRA D
46. LETRA C



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.